



2018

# AnalyzerPro

## Manuale Tecnico

Dopo gli studi di Dr. W. Gratzler e Dr. H. Burg

Revisionato da Dr. M. Schmidt

*Traduzione italiana a cura di Agutoli Per. Ind. Marco*

*Revisione del 30/01/2020*



Matthias SCHMIDT

ANALYZER PRO

Stimati esperti di Infortunistica stradale,

Il presente manuale si basa sul grande lavoro scientifico preparatorio svolto dal Dr. Werner Gratzer e dal Dr. Heinz Burg nel campo dell'analisi degli incidenti stradali. Esso non pretende affatto di essere un trattato completo, ma un compendio di riferimento rapido che riassume le formule più importanti.

Il manuale è messo a disposizione di tutti gli esperti in materia di incidenti gratuitamente: se l'apprezzerete e vorrete approfondire le vostre conoscenze, sarò lieto di darvi personalmente il benvenuto a uno dei nostri seminari.

Vi auguro un lavoro entusiasmante e una piacevole lettura!

Dr. Matthias Schmidt

***Nota del traduttore:***

*tutte le teorie qui contenute trovano applicazione nel software "Analyzer pro" nato proprio dagli studi del Dr. Gratzer ed oggi aggiornato ed implementato dal Dr. Schmidt. Per questo troverete nel testo dei riferimenti ai "moduli" che sono appunto parte integrante di questo applicativo così come molte maschere di calcolo qui riprodotte.*

*Tradurre in italiano un testo tedesco/inglese altamente tecnico non è stato facile e mi scuso se alcuni concetti non risultano chiaramente comprensibili a prima vista: qualcosa ho cercato di migliorare con questa nuova revisione ma, molto probabilmente, sarà possibile migliorare ulteriormente!*

*Marco Per. Ind. Agutoli*

## SOMMARIO

Introduzione .....	1
Cinematica .....	4
Introduzione.....	4
Fondamenti.....	4
Dimensioni ed unità .....	4
Moto uniforme.....	4
Moto uniformemente accelerato .....	4
Moto con variazione uniforme di accelerazione.....	5
Dati spazio-tempo .....	5
Calcolo spazio-tempo (modulo) .....	6
Manovra di immissione e tamponamento (moduli) .....	7
Calcolo in avanti .....	7
Calcolo a ritroso .....	10
Considerazioni sull'evitabilità .....	11
Evitabilità (Modulo) .....	11
Evitabilità nello spazio.....	11
Evitabilità nel tempo.....	12
Partire-frenare (Modulo) .....	12
Pedoni - Metodo dei limiti (Modulo) .....	14
Cinematica e Dinamica degli incidenti con pedoni .....	16
Distanza di lancio dei pedoni .....	18
Visuale impedita dal traffico in senso inverso (modulo).....	22
Sorpasso (Modulo) .....	23
Cambiamento dell'angolo di visuale (Modulo) .....	24
Attenzione (concentrativa -distributiva).....	26
Sistema visivo .....	26
Registrazione delle informazioni visive .....	28
Manovra di cambio di corsia (Modulo).....	33
Lancio balistico (Module).....	35
Dinamica .....	37
Introduzione.....	37
Fondamenti.....	37
Analisi dell'urto.....	37

Il coefficiente di impatto $k$ .....	38
Il coefficiente di attrito $\mu$ .....	40
Analisi degli urti .....	40
Analisi a ritroso .....	40
Analisi in avanti .....	43
Urto contro il muro .....	47
Coasting analysis .....	47
Tracking analysis (Coasting analysis backwards) .....	47
Calcolo della dinamica di guida (Coasting analysis forward) .....	51
Calcolo delle forze tra pneumatici e superficie stradale.....	61
Introduzione .....	61
Misura delle caratteristiche dei pneumatici .....	63
Modelli matematici per gli pneumatici .....	63
Modellazione .....	64
Modello di pneumatico .....	65
Principi teorici .....	65
Riproduzione delle caratteristiche dello pneumatico .....	66
Approssimazioni dell'area di slittamento .....	67
Approccio di equivalenza per slittamento e angolo di slittamento .....	68
La dipendenza dal carico sulla ruota .....	70
HORIZONTAL DYNAMIC MODULE .....	72
Approssimazione dei pneumatici con „IPG-Tire“ .....	76
Altra letteratura .....	80
Dimension Data .....	80
Collisioni in serie (Modulo).....	82
Cambio della velocità del veicolo .....	82
Calcolo dell'accelerazione sui passeggeri a causa della collisione .....	87
Rapporto tra le EES, deformazione permanente e rigidità strutturale, calcolo della durata della collisione .....	92

## CINEMATICA

### INTRODUZIONE

Nel campo della fisica, la cinematica risulta essere un settore della meccanica e si occupa di descrivere il movimento dei corpi nello spazio in modo puramente geometrico. Tutti i processi cinematici possono essere descritti in modo completo delle grandezze tempo, spazio, velocità ed accelerazione. La cinematica non considera le azioni di forze, masse, impulsi o energie.

### FONDAMENTI

#### DIMENSIONI ED UNITÀ

a	Accelerazione o Decelerazione [m/s <sup>2</sup> ]
v	Velocità [m/s] o [km/h]
t	Tempo [s]
s	Distanza [m]
Indice A (es: v <sub>A</sub> )	Iniziale (es: velocità iniziale)
Indice E (es: v <sub>E</sub> )	Finale (es: velocità finale)
Indice S (es: t <sub>S</sub> )	Incremento (es: tempo di incremento)
Indice R (es: t <sub>R</sub> )	Reazione (es: tempo di reazione)
Indice B (es: t <sub>B</sub> )	Frenata (es: tempo di frenata)

Prestate attenzione perché in questo testo si assume che:

- a > 0: Frenata
- a < 0: Accelerazione

#### MOTO UNIFORME

„ Guidare a velocità costante “

$$a = 0$$

$$v = \text{cost.} = v_A = v_E$$

$$s = v_A t + \text{cost.}$$

#### MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

„ Frenare o accelerare “

$$a = \text{cost.}$$

$$v = a t + v_A$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_A t + \text{cost.}$$

## MOTO CON VARIAZIONE UNIFORME DI ACCELERAZIONE

"Fase di incremento" - Questo tipo di moto è caratterizzato dalla costante variazione dell'accelerazione nel tempo e si manifesta, ad esempio, nella fase di costruzione della frenata.

Matematicamente, questo significa che l'accelerazione aumenta in modo lineare da un valore  $a = a_1$  al valore superiore  $a = a_2$ .

$$a = \begin{cases} \frac{a_2 - a_1}{t_s} t + a_1 & \text{per } 0 \leq t < t_s \\ a_2 & \text{per } t \geq t_s \end{cases}$$

Per valori  $0 < t < t_s$  si applicano le seguenti formule:

$$v = \int a dt = \frac{a_2 - a_1}{2 t_s} t^2 + a_1 t + v_A$$
$$s = \int v dt = \frac{1}{6} \frac{a_2 - a_1}{t_s} t^3 + \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_A t + s_A$$

Al termine della fase di incremento, la velocità si può calcolare con:

$$v(t_s) = v_1 = v_A + \frac{1}{2} (a_2 + a_1) t_s$$

Lo spazio percorso durante la fase di incremento si può calcolare con:

$$s(t_s) = s_s = v_A t_s + \frac{1}{6} (a_2 + 2 a_1) t_s^2$$

La velocità iniziale  $v_A$  si può calcolare risolvendo la seguente equazione quadratica:

$$(2a_1 + 4a_2)v_A^2 + v_1(2a_1 - 2a_2)v_A - v_1^2(4a_1 + 2a_2) + 3(a_1 + a_2)^2 s_s = 0$$

## DATI SPAZIO-TEMPO

Ogni movimento può essere scomposto in sezioni o fasi che assumono caratteristiche costanti - vale a dire che ogni sezione descriverà un moto a velocità costante o un moto uniformemente accelerato o un moto con variazione uniforme di velocità.

Ogni tipologia di moto è completamente descritta dai 5 valori visti in precedenza ( $v_A$ ,  $v_e$ ,  $a$ ,  $t$ ,  $s$ ): è necessario conoscerne 3 per poter calcolare i 2 mancanti. Inoltre, considerando che le fasi sono sequenziali ovvero collegate fra loro, la velocità finale della fase precedente deve necessariamente essere uguale alla velocità iniziale della fase successiva.

Protagonista

Nome: \_\_\_\_\_

Auto: \_\_\_\_\_

Calcolo:

Avanti (Inizio --> Fine)

Indietro (Fine --> Inizio)

	<<	1	2	3	4	5	6	7	>>
Fase		Frenar	Increm.	Reazi ▼					
Vel-finale		0,00	30,12	32,64	0,00	0,00	0,00	0,00	km/h
Spazio		5,00	1,77	9,07	0,00	0,00	0,00	0,00	m
Dec-Frenata		7,00	7,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	m/s <sup>2</sup>
Tempo		1,20	0,20	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	s
Vel-iniziale		30,12	32,64	32,64	0,00	0,00	0,00	0,00	km/h
Somma Spazio		5,00	6,77	15,83	0,00	0,00	0,00	0,00	
Somma Tempo		1,20	1,40	2,40	0,00	0,00	0,00	0,00	s
Posizione		0,00	5,00	6,77	15,83	0,00	0,00	0,00	0,00
Posizione		0,00	1,20	1,40	2,40	0,00	0,00	0,00	0,00 s

Esempio: Fase 1: Moto uniformemente decelerato - Fase 2: Moto con variazione costante di accelerazione - Fase 3: Moto a velocità costante.

### CALCOLO SPAZIO-TEMPO (MODULO)

In questo modulo di calcolo, le fasi di frenata, incremento e reazione vengono calcolate in un processo uniforme. Durante la fase di reazione viene considerato un moto uniforme quindi senza accelerazioni o decelerazioni. Il modulo richiede 5 valori per poter sviluppare il calcolo.

Velocità finale: 
$$v_E = v_A - \frac{1}{2} a t_S - a t_B$$

Velocità alla fine della fase di incremento: 
$$v_1 = v_A - \frac{1}{2} a t_S$$

Spazio percorso totale: 
$$s_{ges} = v_A t_R + v_A t_S - \frac{1}{6} * a * t_S^2 + v_1 * t_B - \frac{1}{2} * a * t_B^2$$

Spazio percorso nella fase di reazione: 
$$s_R = v_A t_R$$

Spazio percorso nella fase di incremento: 
$$s_S = v_A t_S - \frac{1}{6} a t_S^2$$

Spazio percorso in frenata:  $s_B = v_A t_B - \frac{1}{2} a t_S t_B - \frac{1}{2} a t_B^2$

Tempo di frenata:  $t_B = \frac{v_1^2 - v_E^2}{a}$

Tempo totale:  $t_{ges} = t_R + t_S + t_B$

In base al problema sottoposto, il modulo collega fra loro le equazioni e le risolve. In questo modo è possibile risolvere ben 41 diverse combinazioni di calcolo.

Relativamente al parametro “tempo di incremento” gli studi riportano i seguenti valori soglia:

Autovettura	$t_S = 0,2 - 0,4$ s
Motociclo	$t_S = 0,3 - 0,5$ s
Autocarro	$t_S = 0,3 - 0,4$ s

Parametro	Valore 1	Valore 2	Unità
Reazione:	1,00	1,00	s
Incremento:	0,20	0,20	s
Velocità iniziale:	34,84	0,00	km/h
Spazio-Frenata:	8,42	0,00	m
Durata-Frenata:	1,84	0,00	s
Dec-Frenata:	5,00	0,00	m/s <sup>2</sup>
Velocità-finale.:	0,00	0,00	km/h
Spazio-totale:	20,00	0,00	m
Tempo-totale:	3,04	0,00	s
s Fren+Incr:	10,32	0,00	m
s Fren. restante:	0,00	0,00	m

## MANOVRA DI IMMISSIONE E TAMPONAMENTO (MODULI)

Questi moduli analizzano i casi in cui un veicolo raggiunge ed urta un veicolo che lo precede. In dettaglio i casi potrebbero essere:

- di un veicolo che si immette lateralmente sulla corsia di marcia del veicolo sopraggiungente (manovra di immissione)
- di un veicolo che frena e cambia di corsia immettendosi davanti al veicolo sopraggiungente (tamponamento).

Grazie a questi moduli è possibile analizzare: le conseguenze di una determinata situazione iniziale (calcolo in avanti) oppure le condizioni per cui si è generata una determinata condizione finale (calcolo all'indietro).

### CALCOLO IN AVANTI

È necessario conoscere le velocità iniziali di entrambi i veicoli, la distanza e la correzione della traiettoria curva. Il modulo provvederà a calcolare la differenza di velocità, la distanza iniziale o il tempo di reazione relativamente al veicolo sopraggiungente.

### CALCOLO DELLA DIFFERENZA IN VELOCITÀ

$S_{ge1}$	Distanza totale del veicolo in immissione o del veicolo anteriore (misurata dal centro del veicolo)
$S_{ge2}$	Distanza totale del veicolo sopraggiungente o tamponante
dist	Distanza finale
$S_0$	Distanza iniziale
korr	Correzione dell'arco, è un parametro che prende in considerazione la traiettoria curva, la lunghezza del veicolo e l'angolo di collisione

Il tempo totale viene calcolato dalla:

$$s_{ge2} + dist = s_{ge1} + s_o - korr$$

Korr = Distanza del centro del veicolo dalla curva meno la differenza della proiezione della posizione:

$$korr = R_M(\alpha - \beta) + R_V \sin(\beta - \mu) + R_H \sin(\beta + \gamma)$$

$$R_M = \sqrt{\left(R + \frac{B}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2} - \ddot{U}\right)^2}$$

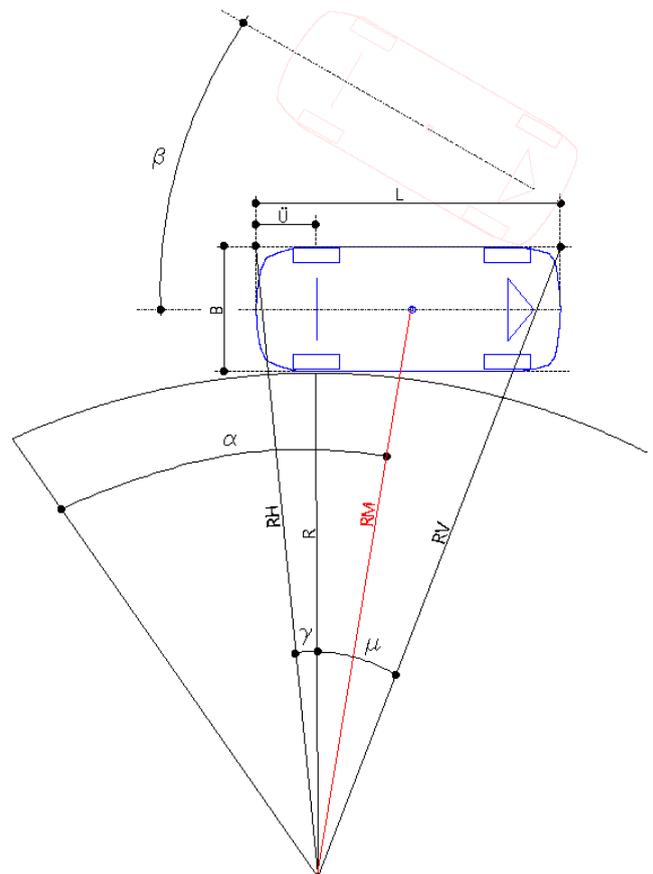
$$R_V = \sqrt{(R + B)^2 + (L - \ddot{U})^2}$$

$$R_H = \sqrt{(R + B)^2 + \ddot{U}^2}$$

$$\mu = \tan^{-1}\left(\frac{L - \ddot{U}}{R + B}\right)$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{\ddot{U}}{R + B}\right)$$

- L Lunghezza veicolo
- B Larghezza veicolo
- $\ddot{U}$  Sbalzo posteriore del veicolo
- $\alpha$  Angolo di curva (rotazione)
- $\beta$  Angolo di collisione
- R Raggio interno della curva
- $R_M$  Raggio del centro del veicolo
- $R_V$  Raggio spigolo anteriore del veicolo
- $R_H$  Raggio spigolo posteriore del veicolo



Per il calcolo dell'angolo di collisione (senza vincoli di velocità massima) vale quanto segue:

$$\beta = \alpha - \frac{s_{ge1}}{R_M} = \alpha - (v_{A1} t_{ge} + \frac{1}{2} a_1 t_{ge}^2)$$

L'equazione risultante per il calcolo di  $t_{ge}$  non può essere risolta in modo definitivo se non si assume  $korr$  costante. Pertanto, assumendo  $\beta = 0$ , vengono inizialmente calcolati il tempo totale  $t_{ge}$  ed il valore di  $korr$ , quindi un nuovo valore di  $\beta$  e  $korr$  verrà calcolato da  $t_{ge}$  e con questi nuovi valori si ricalcola nuovamente  $t_{ge}$ , così ricorsivamente fintanto che il risultato converge al valore corretto.

Vengono calcolati  $t_{ge}$  (tempo totale) e la velocità finale. È possibile tener conto che il veicolo raggiunga una "velocità imposta" inferiore a quella calcolata ed anche che  $t_{ge} < t_R + t_S$ : in questi casi le formule vengono modificate di conseguenza.

## CALCOLO DELLA DISTANZA

Per una determinata situazione iniziale si possono sempre avere 2 soluzioni: una prima in cui la collisione avviene durante la fase di reazione o di incremento e una seconda in cui la collisione avviene durante la fase di frenata o al raggiungimento della velocità limite del veicolo che precede. Per ogni valore del tempo di reazione è possibile ottenere un valore massimo della differenza di velocità.

Se il valore stabilito della differenza di velocità è maggiore del valore massimo, si calcola il tempo di reazione che serviva quanto meno per produrre detta differenza di velocità. Viene calcolato il valore massimo possibile della distanza (all'inizio della fase di frenata se i valori di decelerazione sono diversi, alla fine della fase di frenata se i valori di decelerazione sono uguali).

Se i valori di decelerazione sono uguali, si deve tener conto del fatto che se la collisione avviene durante la fase di frenata del veicolo anteriore, la differenza di velocità è indipendente dalla distanza e dipende solo dal tempo di reazione.

Per  $a_1 - a_2 \neq 0$  vale la seguente:

$$t_{ge} = \frac{v_{A2} - \frac{1}{2} a_2 t_{S2} - du - v_{A1} + a_2 (t_{R2} + t_{S2})}{a_1 + a_2}$$

$du$  ... differenza di velocità

Se il veicolo in esame si ferma prima della collisione o raggiunge la velocità finale prima della collisione, vale quanto segue:

$$t_{ge} = \frac{v_{A2} - \frac{1}{2} a_2 t_{S2} - v_{ob1} - du + a_2 (t_{R2} + t_{S2})}{a_2}$$

Questa formula viene utilizzata anche se  $a_1 - a_2 = 0$  sotto la condizione:

$$du < v_{A2} - \frac{1}{2} a_2 t_{S2} + v_{A1} - a_1 t_{S2}$$

Se la differenza di velocità è troppo elevata, è possibile calcolare il tempo di reazione:

$$t_R = \frac{du - v_{A2} + \frac{1}{2} a_2 t_{S2} + v_{A1} - a_1 t_{S1}}{a_1}$$

La velocità finale del veicolo 2 viene calcolata in funzione della velocità finale del veicolo 1 e della differenza di velocità. In questo modo è possibile calcolare il tempo di frenata del veicolo 2 e il tempo totale.

---

## CALCOLO A RITROSO

Deve essere nota la traiettoria del veicolo 1. Si possono calcolare i seguenti valori:

1. la velocità iniziale, se il tempo di reazione del veicolo posteriore e la differenza di velocità al momento della collisione sono noti.
2. il tempo di reazione, se sono note la velocità iniziale del veicolo posteriore e la differenza di velocità.
3. Il tempo di reazione e la decelerazione in frenata.

In primo luogo,  $t_{ge}$  viene calcolato in base ai dati del veicolo anteriore:

- dall'angolo di collisione, se questo è stato inserito  $> 0$ :  $s_{ge1} = R_M (\alpha - \beta)$

- oppure da  $v_E$ :  $s_{ge1} = \frac{(v_E^2 - v_A^2)}{2 a_1}$

e poi:  $t_{ge} = \frac{v_E - v_A}{a_1} + t_{cost}$

$t_{cost}$  è il tempo con cui il veicolo continua a viaggiare dopo aver raggiunto 'eventuale limite della velocità,  $v_E$  è quindi uguale al valore limite della velocità  $v_{gr}$ .

$$t_{cost} = t_{ge} - \frac{(v_{gr}^2 - v_A^2)}{2 a_1}$$

1. Calcolo della velocità iniziale del veicolo in avvicinamento:

$$v_{12} = v_{E2} + a_2 t_{B2}$$

$$t_{B2} = t_{ge} - t_{R2} - t_{S2}$$

$$v_A = v_{12} + a_2 t_{S2}$$

2. Calcolo del tempo di reazione del veicolo in avvicinamento:

$$v_{12} = v_{A2} - \frac{a_2}{2} t_{S2}$$

$$v_{E2} = v_{E1} + du$$

3. Calcolo della differenza di velocità del veicolo in avvicinamento:

Viene calcolato analogamente  $v_{12}$  e  $t_{B2}$  e successivamente  $v_{E2}$ . La differenza di velocità risulta quindi dalla differenza rispetto a  $v_{E1}$ .

4. Calcolo del tempo di reazione e della decelerazione:

La distanza totale del veicolo 2 può essere calcolata partendo dalla distanza del veicolo 1 e dalla distanza iniziale. In questo modo la distanza totale, il tempo totale, la velocità iniziale e la velocità finale sono definiti per il veicolo 2. Da questi si possono calcolare gli altri valori.

---

## CONSIDERAZIONI SULL'EVITABILITÀ

In questa maschera vengono calcolate le diverse combinazioni affinché una collisione venga evitata. La valutazione sulla evitabilità può essere condotta considerando o meno una distanza di sicurezza finale (se viene indicato il tempo di reazione).

La collisione viene evitata se le velocità finali sono uguali in tempo utile. Questo può essere ottenuto con:

- aumento dell'accelerazione  $a_1$ , della decelerazione  $a_2$  o della distanza iniziale  $s_0$ .

oppure

- riduzione della velocità all'inizio della frenata  $v_{A2}$ .

La grandezza da calcolare viene variata fino a quando non viene soddisfatta la seguente condizione:

$$v_{E1} \cos(\text{Angolo di collisione}) = v_{E2}$$

o fino a quando l'equazione non può più essere risolta.

Tutto questo viene quindi risolto per approssimazioni successive per il nuovo valore dell'angolo corretto che risulta dal calcolo dell'evitabilità.

## EVITABILITÀ (MODULO)

Relativamente all'evitabilità ci poniamo 3 differenti interrogativi:

affinché la collisione potesse essere evitata...

- quanto dovrebbe essere stata la velocità iniziale?
- quale dovrebbe essere stata la decelerazione in frenata?
- dove avrebbe dovuto reagire (con l'originale decelerazione e velocità)?

L'evitabilità può essere quindi calcolata nello spazio oppure nel tempo.

---

## EVITABILITÀ NELLO SPAZIO

Il veicolo antagonista (2) dispone di uno spazio di frenata fino al punto finale senza collisione ovvero:

Spazio di frenata senza urto:  $s_{fehl} = \frac{v_{K2}^2}{2 a_2}$

Massima velocità iniziale per evitare l'urto:

$$v_{A1}^2 + a_1 (2 t_{R1} + t_{S1}) v_{A1} - \frac{(a_1 t_{S1})^2}{12} - 2 a_1 (s_{ge} - s_{fehl}) = 0$$

Minima decelerazione necessaria per evitare l'urto:

$$\frac{a_1^2 t_{S1}^2}{12} + \left( 2 (s_{ge} - s_{fehl}) - v_{A1} (2 t_{R1} + t_{S1}) \right) a_1 - v_{A1}^2 = 0$$

Punto di reazione per evitare l'urto:  $s_{ge} \Rightarrow s_{ge} + s_{fehl}$

## EVITABILITÀ NEL TEMPO

Il veicolo sopraggiungente deve avere a disposizione il tempo necessario al veicolo antagonista per sgomberare la traiettoria di passaggio.

Tempo di sgombero:  $t_{gez} = t_{ge} + t_{sgombero}$

Massima velocità iniziale per evitare l'urto:

$$v_{A1} = \frac{\left( s_{ge} + \frac{a_1}{2} \left( t_{B1}^2 + t_{B1} t_{S1} + \frac{t_{S1}^2}{3} \right) \right)}{t_{gez}}$$

Minima decelerazione necessaria per evitare l'urto:

$$a_1 = 6 \frac{v_{A1} t_{ge} - s_{ge}}{t_{S1}^2 + 3 t_{B1} (t_{S1} + t_{B1})}$$

Punto di reazione per evitare l'urto:

$$t_{B1} = t_{gez} - t_{R1} - t_{S1}$$

$$v_{E1} = v_{A1} - a_1 t_{B1}$$

$$s_{ge} = v_{A1} t_{R1} + s_{B1} + s_{S1}$$

## PARTIRE-FRENARE (MODULO)

Questo modulo è in grado di calcolare la seguente sequenza di guida: un veicolo accelera da una velocità iniziale  $v_A$  con una accelerazione  $a_1$  quindi, dopo un tempo  $t_U$  a velocità costante, decelera con una decelerazione  $a_2$  fino alla sua velocità finale  $v_E$ .

Per un tempo  $t$ , finché la velocità impostata non viene raggiunta, si applicano le seguenti formule:

$$a_1 (a_1 + a_2) t^2 + 2 (a_2 v_A + a_1 a_2 (t_U + t_S) + a_1 (2 v_A - a_2 t_S)) t + \\ + 2 a_2 v_A (t_U + t_S) - a_2^2 \frac{t_S^2}{3} + \left( v_A - a_2 \frac{t_S}{2} \right)^2 - v_E^2 - 2 a_2 s_{ge} = 0$$

Velocità impostata raggiunta:  $v_{max} = v_A + a_1 t$

Tempo di frenata:  $t_B = \frac{v_1 - v_E}{a_2}$

Tempo totale:  $t_{ge} = t + t_U + t_S + t_B$

Tempo di reazione:  $t_{Reaz} = t + t_U - t_R$  (dopo la partenza)

Se si applica  $t_U > t_R$ , allora il punto di reazione viene calcolato in questo modo:

$$s_{Reaz} = v_A t_1 + \frac{a_1}{2} t_1^2 + v_{max} (t_u - t_R)$$

Altrimenti si calcola utilizzando questa formula:  $s_{Reaz} = v_A t_{Reaz} + \frac{a_1}{2} t_{Reaz}^2$

Partire-Frenare : PI Marco Agutoli

Veic: 1 Dalla 1

Velocità iniziale: 0,00 km/h Reazione: 1,00 s

Incremento: 0,00 s Incremento: 0,20 s

Accelerazione: 1,50 m/s<sup>2</sup> Decelerazione: 3,00 m/s<sup>2</sup>

Tempo a v=cost: 0,00 s Velocità-finale: 0,00 km/h

Velocità-limite: 0,00 km/h Spazio-totale: 20,00 m

Direzione-ma  avanti  indietro Tempo-totale: 6,33 s

Trasferisci Dati

Punto-Percezione calcolato

Punto-Reazione: 7,29 m dall' inizio 12,71 m dalla fine

Punto-Reazione 3,12 s dall' inizio 3,21 s da Fine

Velocità raggiunta: 22,41 km/h (alla fine della fase di reazione)

Calcolo

Evitabilità spaziale

Trasferimento-dati al veicolo: [ ]

Punto-Percezione del Pericolo:  necessario  possibile

Punto-Reazione: 7,29 m dall' inizio 12,71 m dalla fine

Punto-Reazione 3,12 s dall' inizio 3,21 s dalla fine

Spazio-totale: 20,00 m Tempo-totale: 6,33 s

Velocità raggiunta: 22,41 km/h (alla fine della fase di reazione)

Cancella

Grafico

Nel medesimo modulo si potrà anche calcolare l'ultimo possibile o necessario punto di reazione per il quale il veicolo si arresta alla distanza totale calcolata. In alternativa è possibile inserire manualmente il punto di reazione e verrà calcolata la relativa distanza di arresto.

$s_{AR}$  ... Distanza fino all'inizio della reazione

$t_{AR}$  ... Tempo fino all'inizio della reazione

La relazione fra  $s_{AR}$  e  $t_{AR}$ :

$$t_{AR} = -\frac{v_A}{a_1} + \sqrt{\left(\frac{v_A}{a_1}\right)^2 + 2 \frac{s_{AR}}{a_1}}$$

$$s_{AR} = v_A t_{AR} + a_1 \frac{t_{AR}^2}{2}$$

Per il calcolo della velocità al momento della reazione si utilizza:

$$v_{Reaz} = \sqrt{v_A^2 + 2 a_1 s_{AR}}$$

Per il calcolo della velocità massima raggiunta si utilizza:

$$v_{max} = v_{Reaz} + a_1 t_R$$

$$s_R = v_{Reaz} t_R + \frac{a_1 t_R^2}{2}$$

Utilizzando le seguenti formule generali:

$$s_{ge} = s_{AR} + s_R + s_S + s_B$$

$$t_{ge} = t_{AR} + t_R + t_S + t_B$$

## PEDONI - PROCESSO AI LIMITI (MODULO)

I sinistri che coinvolgono i pedoni possono essere suddivisi in molte categorie sulla base delle diverse tipologie di contatto tra il pedone ed il veicolo a motore. Le tre principali categorie sono: urto frontale, investimento e sfioramento laterale. Queste categorie, determinate dalla geometria del contatto, possono essere ulteriormente suddivise in base alle grandezze geometriche e cinematiche.

La corretta determinazione della tipologia dell'urto è essenziale, poiché per ogni categoria devono essere impiegati diversi metodi di ricostruzione. I confini tra le categorie non sono rigidamente demarcati, il che rende ancora più difficile il compito di assegnare l'urto ad una categoria.

## 1. Urto frontale (collisione totale):

Il pedone si trova con l'intero corpo di fronte ed all'interno della sagoma del veicolo. Il corpo del pedone nell'urto viene accelerato dalla velocità del veicolo.

### 1a. Urto decelerato:

Il pedone dopo l'urto si separa dal veicolo e, dopo una fase aerea (volo), piomba sulla strada, dove si ferma dopo una fase di scivolamento o di rotolamento. La posizione finale del pedone si trova sempre davanti alla posizione di arresto del veicolo. In questo caso sono disponibili molti dati in letteratura e quindi si possono fare affermazioni precise sulla velocità di collisione e sul punto di collisione.

### 1b. Urto senza frenata:

Le diverse geometrie degli impulsi danno luogo a diverse posizioni finali:

- Il pedone rimane adagiato sul veicolo fino all'inizio della frenata. Dopodiché il pedone si separa e cade sulla strada. In base alla posizione del pedone sul veicolo e all'intensità della frenata, il pedone potrebbe rimanere appoggiato sul veicolo fino al suo arresto.
- Il pedone cade lateralmente dopo il contatto e si trova dietro la posizione finale del veicolo.
- Se il pedone dopo l'incidente si trova dietro il veicolo, le tracce potrebbero indicare che il pedone è stato proiettato sul tetto del veicolo. La distanza di lancio è praticamente identica a quella dell'impatto frenato.

## 2. Urto frontale (collisione parziale):

A differenza di una collisione frontale completa, il pedone non è completamente all'interno della sagoma del veicolo al momento dell'impatto. Questa geometria d'urto non causa necessariamente lo scorrimento laterale del pedone sul lato del veicolo. È possibile suddividere l'urto frontale parziale in due categorie, una in entrata e una in uscita, in base alla direzione di marcia del pedone.

### 2a. In entrata:

Il pedone entra in contatto solo con le zone laterali della parte anteriore del veicolo. Nella maggior parte dei casi solo con la gamba con cui ha appena fatto un passo. Dopo il primo impatto, il pedone ruota intorno al suo asse verticale. L'energia trasferita durante l'impatto viene quasi completamente trasformata in energia di rotazione del pedone, che poi scivola lungo il lato del veicolo. Ciò provoca danni al lato del veicolo e ulteriori lesioni al pedone.

### 2b. In uscita:

La modalità è simile a quella in entrata. Il pedone entra in contatto solo con le zone laterali della parte anteriore del veicolo. Nella maggior parte dei casi solo con la gamba con cui dovrebbe fare il passo successivo. Dopo il primo impatto, il pedone

ruota intorno al suo asse verticale. L'energia trasferita durante l'impatto viene quasi completamente trasformata in energia di rotazione del pedone. Poiché il pedone si muove in allontanamento dal veicolo, non c'è contatto con la parte laterale del veicolo stesso.

### 3. Strisciamento laterale:

Si parla di strisciamento laterale se il pedone entra in contatto solo con il lato del veicolo. Se si tratta di un pedone in entrata, colpisce il lato del veicolo, viene sbalzato via dal veicolo e viene a trovarsi dietro la linea della parte anteriore del veicolo.

Se il pedone si muove parallelamente al veicolo, può formarsi una striscia laterale atipica, in cui il pedone viene toccato da parti sporgenti dal lato del veicolo. Il pedone viene immediatamente respinto da queste parti e non lascia ulteriori tracce sul veicolo.

### 4. Investimento:

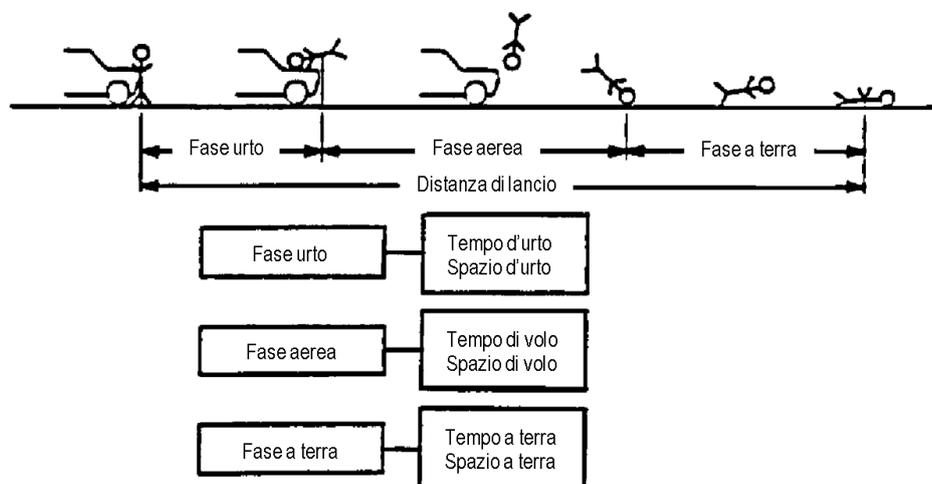
Quando un veicolo investe un pedone, significa che passa sopra il pedone ovvero almeno una ruota passa sopra il corpo del pedone. Si parla di "investimento semplice" se non si verifica un contatto precedente tra il pedone e il veicolo che lo investe: per esempio il pedone è stato colpito da un altro veicolo e gettato sulla strada o è già steso sulla strada per altri motivi.

Se il pedone viene agganciato da un veicolo e trascinato da esso, si tratta di un investimento complesso. Questo caso è molto raro e si verifica principalmente per veicoli a forma di scatola con bassa decelerazione.

---

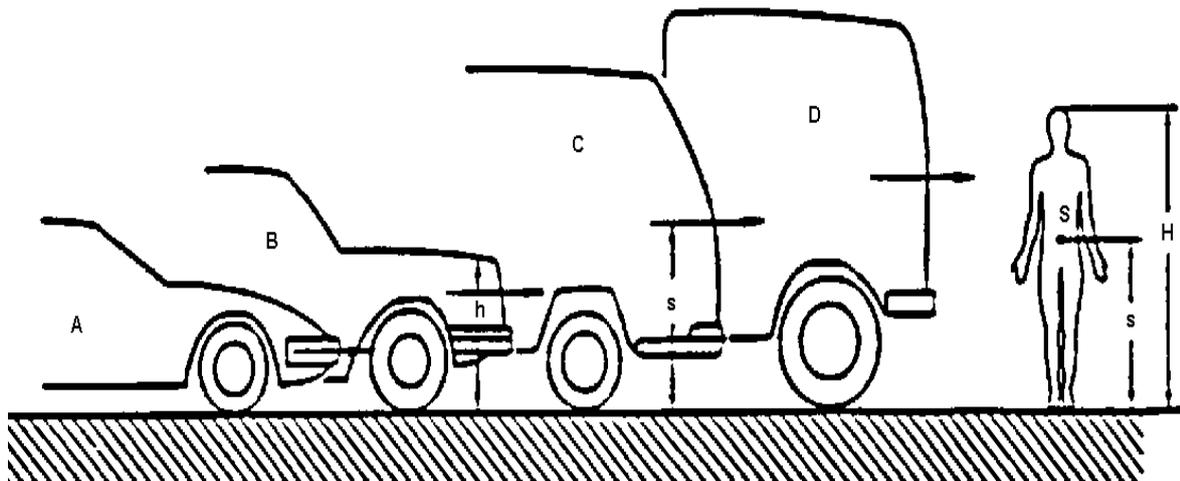
## CINEMATICA E DINAMICA DEGLI INCIDENTI CON PEDONI

L'urto tra pedone e veicoli a motore può essere suddiviso in 3 fasi: una fase d'urto, una fase aerea ed una fase a terra.



La fase d'urto ha inizio con il primo impatto tra pedone e veicolo e si conclude con il distacco del pedone dal veicolo. L'energia trasferita al pedone durante il primo impatto viene dissipata durante l'impatto secondario, durante la fase a terra e durante un eventuale terzo impatto.

Per poter spiegare in modo più preciso la sequenza degli eventi di un incidente, è necessario considerare anche la geometria del veicolo. Possiamo catalogare i profili dei veicoli in quattro tipi di base:



#### Tipo A:

In questi veicoli a cuneo, l'impatto primario è solitamente causato dal paraurti che colpisce il pedone al di sotto del suo baricentro S e innesca così la sua rotazione verso il veicolo. Successivamente, il pedone distaccandosi dal veicolo colpisce il suolo a distanze variabili dalla parte frontale del veicolo, che dipendono dalla forma del cofano e dalla velocità di collisione. A basse velocità, il momento angolare viene annullato durante l'impatto della testa con il cofano/parabrezza.

A velocità di collisione superiori a circa 30 km/h, il momento angolare può diventare così grande che l'impatto della testa con la parte anteriore non è sufficiente a annullare il momento angolare. Il baricentro del pedone viene quindi sollevato, il che, in casi estremi, può anche portare a un movimento di lancio sopra il veicolo.

#### Tipo B:

A differenza del tipo A, qui non si ottiene un momento angolare così elevato perché il pedone non viene colpito troppo sotto il baricentro. Solo a velocità molto elevate la testa del pedone può raggiungere il parabrezza.

#### Tipo C:

Il pedone viene colpito per la sua intera lunghezza. Il punto di lancio principale si trova vicino al baricentro. Pertanto, non c'è quasi nessuna rotazione o elevazione.

### Tipo D:

La posizione in rilievo del paraurti rispetto a quella del tipo C provoca una rotazione in allontanamento dal veicolo. Il pericolo di investimento è particolarmente elevato in questo caso, poiché il momento angolare negativo comporta distanze di lancio molto ridotte. Il pedone viene gettato a terra direttamente davanti al veicolo.

---

### DISTANZA DI LANCIO DEI PEDONI

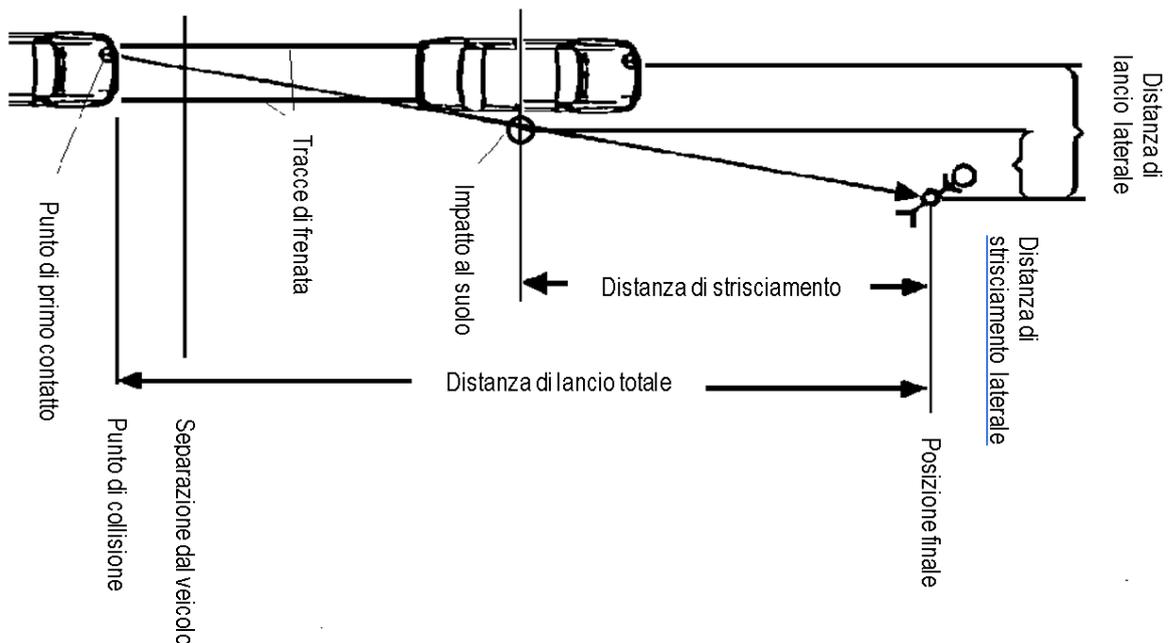
Sotto il termine “distanza di lancio” viene riassunto un certo numero di valori, da cui si possono ricavare ottime indicazioni sulla velocità di collisione.

Distanza di lancio: distanza tra il punto di collisione e la posizione di arresto del pedone in direzione dell'asse longitudinale del veicolo.

Distanza di lancio laterale: distanza tra il punto di impatto dell'anca del pedone sul veicolo nella posizione di collisione e la posizione di arresto del corpo in direzione dell'asse laterale del veicolo.

Distanza di strisciamento: distanza tra il primo punto di contatto del pedone con il terreno dopo la separazione dal veicolo e la posizione di arresto del corpo del pedone nella direzione dell'asse longitudinale del veicolo.

Distanza di strisciamento laterale: distanza tra il primo punto di contatto del pedone con il suolo dopo la separazione dal veicolo e la posizione finale del corpo del pedone nella direzione dell'asse trasversale del veicolo.



---

### DISTANZA DI LANCIO DEL PEDONE SECONDO KÜHNEL (GENERALE)

Le prove di Kühnel hanno portato alla seguente relazione tra la distanza di lancio  $s$  e la velocità di collisione  $v_k$  in funzione della decelerazione  $a$ :

$$s = 0,0178 a v_k + 0,0271 \frac{v_k^2}{a}$$

Se si risolve l'equazione per la velocità di collisione  $v_k$ , si ottiene il seguente risultato:

$$v_k = \sqrt{0,107855 a^4 + 36,90037 a s} - 0,328414 a^3$$

Queste formule sono applicabili solo se sono soddisfatte tutte le seguenti condizioni:

- Deve trattarsi di una collisione frontale completa.
- La collisione è provocata da un'automobile.
- L'impulso di lancio del pedone si verifica durante la frenata.
- La decelerazione deve essere di almeno 3 m/s<sup>2</sup>.
- Non devono essere coinvolte persone molto piccole (ad es. bambini), poiché il punto d'impatto più alto rispetto al baricentro si tradurrebbe in distanze di lancio più brevi.

---

#### DISTANZA DI LANCIO DEL PEDONE SECONDO KÜHNEL (DECELERAZIONE)

Con questa serie di test Kühnel dimostra il rapporto tra la distanza di lancio  $s$  e la velocità di collisione  $v_k$  senza tener conto della decelerazione di frenata  $a$ .

Limite superiore:  $s = 0,00375 v_k^2 + 0,175 v_k$

Limite inferiore:  $s = 6,81818 \cdot 10^{-6} v_k^3 + 2,55682 \cdot 10^{-3} v_k^2 - 0,827273 v_k$

---

#### DISTANZA DI LANCIO DEL PEDONE SECONDO RAU, OTTE AND SCHULZ

Dopo gli esperimenti e le valutazioni reali di Rau, Otte e Schulz, si osserva la seguente relazione:

$$s = 0,0052 v_k^2 + 0,0783 v_k$$

I termini e le condizioni sono le seguenti:

- Deve trattarsi di una collisione completa. L'impulso di lancio si concretizza nella parte anteriore del veicolo.
- Impatto avviene con un'auto o un furgone.
- Decelerazione > 4,5 m/s<sup>2</sup> ininterrottamente fino alla posizione finale o al più tardi subito dopo il primo impatto.
- Posizione finale del pedone davanti alla parte anteriore del veicolo.
- Per i bambini molto piccoli ci sono distanze di lancio più brevi.

---

#### DISTANZA DI LANCIO DEL PEDONE SECONDO DETTINGER

Il modello Dettinger (Dekra) deve essere utilizzato per un impatto in cui la frenata è stata applicata solo durante la collisione o fino a 0,6 s dopo la collisione. Se il veicolo non è frenato durante la collisione, il punto d'impatto è leggermente più alto e il

fattore d'impatto è maggiore a causa del mancato beccheggio. Ciò significa che ci si possono aspettare distanze di lancio longitudinali maggiori rispetto ad un impatto frenato.

$$s = 0.0000164 v_k^3 + 0,00452 v_k^2 + 0,071 v_k + 2,5$$

Dettinger specifica una approssimazione per  $v_k$  di  $\pm 4$  km/h.

### DISTANZA DI LANCIO DEI CICLISTI SECONDO KRIEG, RITTER ED ALTRI

Le prove hanno prodotto un diagramma generale valido sia per le collisioni trasversali che per le collisioni posteriori.

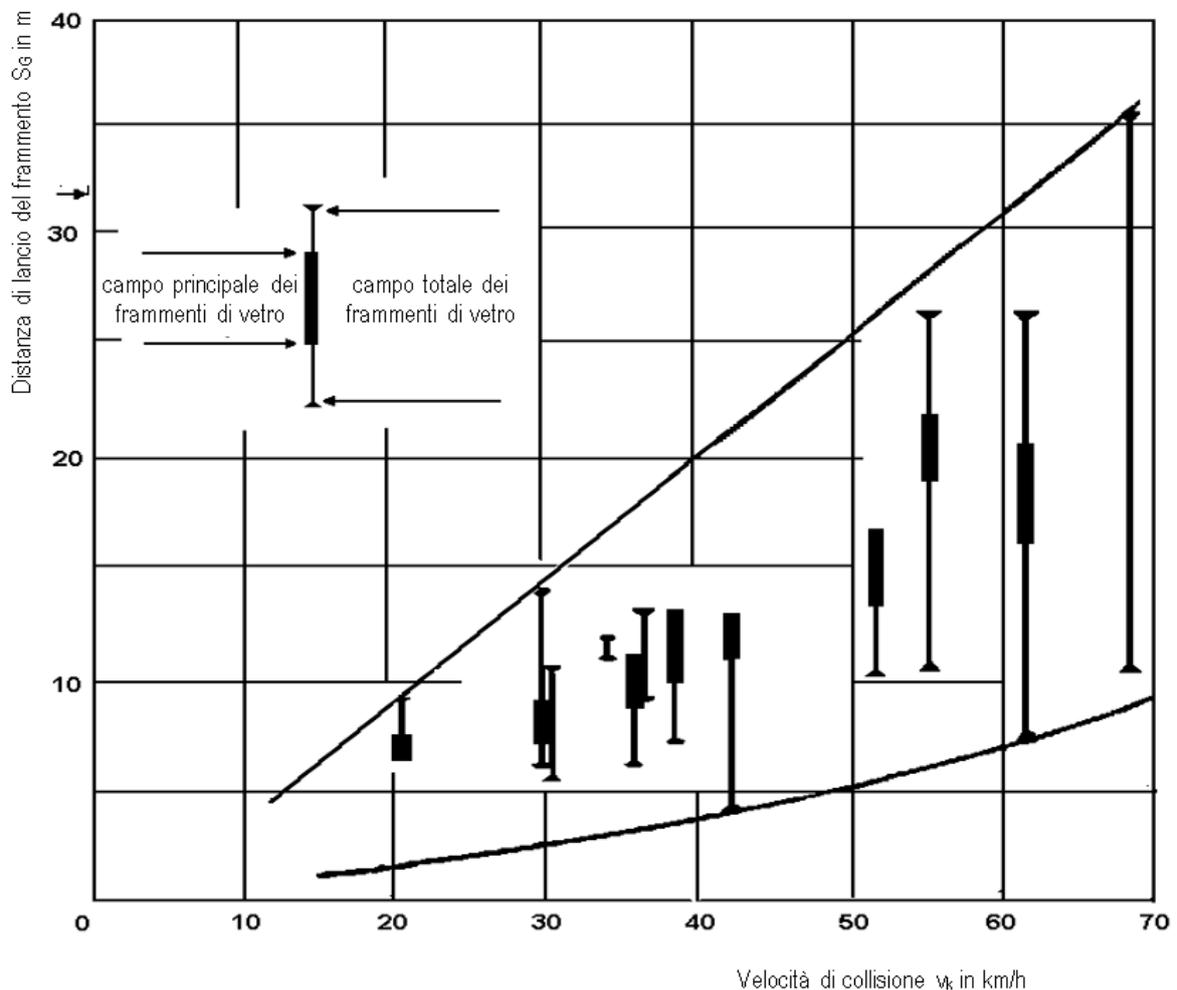
Tolleranza minima:  $s = 0,0028313 v^2 + 0,3 v$

Curva totale:  $s = 0,0028313 v^2 + 0,1635798 v$

Tolleranza massima:  $s = 0,0028313 v^2 + 0,0271596 v$

### DISTANZA DI LANCIO DEI FRAMMENTI DI VETRO

Dalle indagini sperimentali di Braun e Kühnel sulle distanze di lancio delle schegge di vetro dei fanali e del parabrezza, si possono ricavare delle informazioni sul punto di collisione e sulla velocità di collisione.



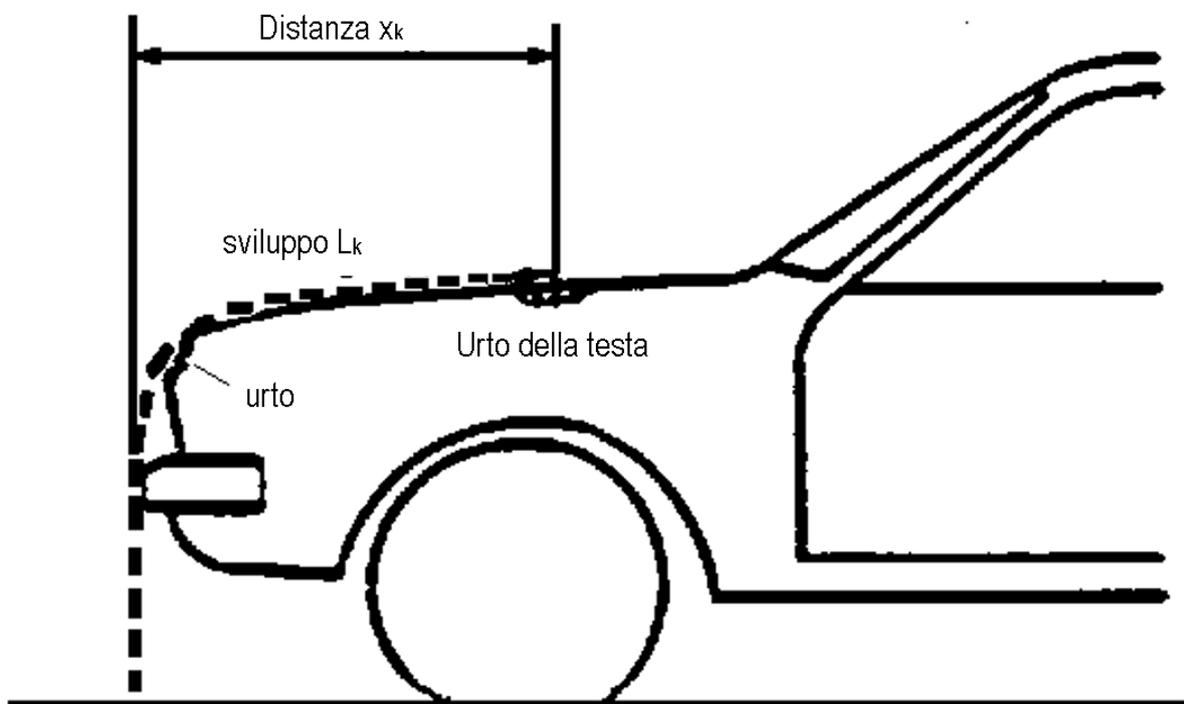
Se si usa il campo totale dei frammenti, la distanza di lancio sulla base delle prove di Dekra viene calcolata come segue:

Primo frammento di vetro:  $s = 0.0018 v_k^2 - 0,0544 v_k$

Ultimo frammento di vetro:  $s = 0,5 v_k$

### SVILUPPO DELLA SUPERFICIE DELL'URTO

Dallo sviluppo della superficie dell'urto del pedone, si possono fare valutazioni approssimative sulla velocità di collisione. Lo sviluppo della superficie dell'urto viene definito come la lunghezza tra il suolo e il punto d'urto della testa sulla superficie del veicolo.



Secondo Kühnel, per quanto riguarda la soluzione del problema vale quanto segue:

$$L_K = 0,7 H_{Fg} + c v_k$$

L<sub>K</sub> ... Sviluppo

c ... Costante del telaio (1 - 2,5 cm/km/h)

H<sub>Fg</sub> ... Altezza del pedone

Kühnel dà c con circa 1 cm/km/h, valore misurato su veicoli vecchi con la parte anteriore molto verticale e cofano piatto. Più il cofano è inclinato, più grande è possibile assumere c.

Si noti che con velocità di collisione fino a circa 20 km/h la testa del pedone tende a colpire il veicolo nello stesso punto. Solo a velocità più elevate la distanza di sviluppo aumenta di circa 1 - 2,5 cm per ogni km/h secondo la costante c.

Lo sviluppo dipende molto dalla costante c del telaio, che a sua volta dipende dalla forma della parte anteriore del veicolo. Se questa costante del telaio non è certa, non si dovrebbe utilizzare questo metodo o almeno si dovrebbe indicare un intervallo di tolleranza sufficientemente ampio. Comunque, questo metodo può servire per ottenere un valore di controllo.

## VELOCITÀ DEI MOVIMENTI DEI PEDONI

Secondo le ricerche di Eberhardt e Himbert (velocità in m/s):

Tipo di movimento	Età del pedone												
	6 - 7		14 - 15		20 - 30		30 - 50		50 - 60		70 - 80		
	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	m	f	
Cammino	1,5	1,5	1,7	1,6	1,2	1,4	1,5	1,3	1,4	1,4	1,0	1,1	
Cammino veloce	2,0	2,0	2,2	1,9	2,2	2,2	2,0	2,0	2,0	2,0	1,4	1,3	
Corsa <sup>1)</sup>	a	3,4	2,8	4,0	3,0	3,0	4,0	3,6	3,6	3,5	3,3	2,0	1,7
	b	3,1	2,8	3,4	3,0	3,0	3,2	3,2	3,2	3,0	3,0	2,0	1,7
Corsa <sup>2)</sup>	a	4,2	4,0	5,4	4,8	7,4	6,1	6,5	5,5	5,3	4,6	3,0	2,3
	b	3,6	3,4	4,2	3,9	4,9	5,0	5,0	4,7	4,0	4,1	2,5	2,1

1) normale corsa di resistenza

a=Partenza in movimento

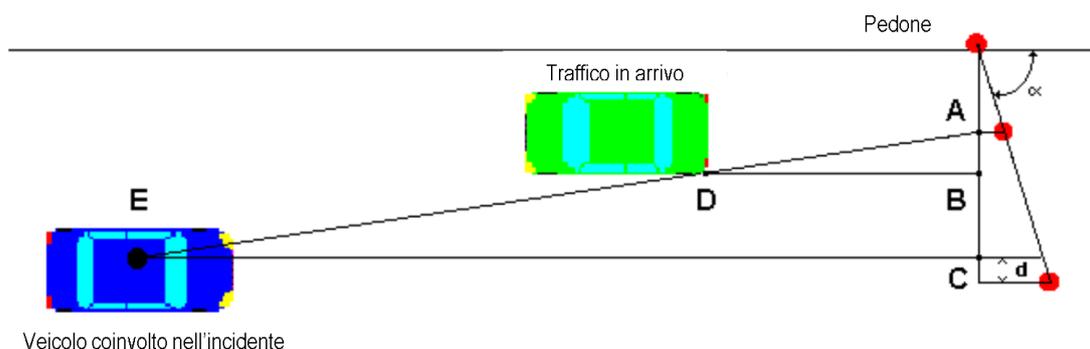
m=maschio

2) movimento più veloce possibile

b=Partenza da fermo

f=femmina

## VISUALE IMPEDITA DAL TRAFFICO IN SENSO INVERSO (MODULO)



Il veicolo verde superiore rappresenta il traffico in arrivo nel campo di visibilità ed il veicolo blu inferiore il veicolo coinvolto nell'incidente. I punti rossi contrassegnano il pedone in diverse posizioni. Quello superiore mostra la posizione del pedone al momento in cui si immette sulla carreggiata, quello inferiore la posizione del pedone al momento della collisione.

La figura mostra le posizioni dei veicoli al momento del primo avvistamento del pedone che in questo momento si trova in posizione intermedia.

Sulla base dei teoremi dei triangoli ABD e ACE, si sviluppa la seguente relazione tra le distanze:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE}$$

Per la linea AC vale quanto segue:  $AC = (s_2 - s_1) \sin(\alpha) - d$

$$s_1 = v_F t$$

- $s_2$  Distanza del pedone dal punto di collisione
- $s_1$  Spazio percorso dal pedone dal punto di primo avvistamento
- $d$  Posizione di collisione riferita al lato sinistro del veicolo meno la posizione del sedile del conducente riferita sempre al lato sinistro del veicolo.
- $\alpha$  Angolo della direzione del pedone.
- $v_F$  Velocità del pedone al punto  $s_1$
- $t$  Tempo dal punto di primo avvistamento. Variabile utilizzata per risolvere l'equazione
- BD Distanza del traffico in arrivo dall'inizio di  $t$
- CE Distanza del pedone coinvolto nell'incidente fino a  $t$

BD è ricavato dalla velocità (oppure, se conosciuti, dall'accelerazione e dalla velocità limite) del veicolo proveniente in verso opposto nel tempo  $t$  meno la distanza tra la parte posteriore e la posizione del pedone.

CE risulta dalla velocità di collisione, velocità iniziale e accelerazione oltre che dal tempo totale meno  $t$ . Viene anche considerata la posizione del posto a sedere del conducente e  $s_2 \cos(\alpha)$ .

In base alla situazione, si otterrà un'equazione di 2° o 3° grado in  $t$ , che può essere risolta. Si controlla quindi se il valore limite della velocità del traffico in arrivo è già stato raggiunto al momento di  $t$ , oppure se il pedone ha già raggiunto la posizione in cui la velocità del veicolo cambia. Se necessario, il calcolo viene eseguito nuovamente utilizzando i nuovi valori.

Il tempo di reazione impiegato dal conducente coinvolto nell'incidente è il tempo totale meno il tempo di frenata, il tempo di incremento e  $t$ .

Se la velocità di collisione o la velocità iniziale devono essere calcolate a partire dal tempo di reazione ammissibile, allora non sarà possibile trovare una soluzione chiusa, quindi si utilizzerà un metodo iterativo: modificando il valore della variabile in oggetto si ricalcolano continuamente le formule fino a quando il tempo di reazione calcolato corrisponde al tempo di reazione ammissibile.

## SORPASSO (MODULO)

La formula di base è semplicemente l'equazione tra le distanze del veicolo sorpassante e del veicolo sorpassato.

$$s_{ge2} - korr = d_1 + s_{ge1} + l_1 + d_2 + l_2$$

$s_{ge2}$	Distanza del veicolo sorpassante
$s_{ge1}$	Distanza del veicolo sorpassato
$korr$	Parametro di correzione dovuto al cambio di corsia
$d_1$	Distanza iniziale
$d_2$	Distanza finale
$l_1$	Lunghezza del veicolo sorpassato
$l_2$	Lunghezza del veicolo sorpassante

La distanza percorsa dal veicolo sorpassante comprende un cambio di corsia in uscita, un tratto rettilineo in sorpasso e un cambio di corsia di rientro. Il cambio di corsia viene calcolato lungo una linea sinusoidale inclinata. Pertanto, nel calcolo del percorso durante il cambio di corsia, deve essere utilizzata la lunghezza dello spazio necessario (cioè la proiezione sulla linea di guida del veicolo sorpassato): il fattore di correzione *korr* tiene conto di questo aspetto.

La possibilità di immettere una velocità limite e una velocità finale per ogni veicolo, si traduce in un totale di 16 diverse combinazioni ricostruttive con altrettante formule.

## CAMBIAMENTO DELL'ANGOLO DI VISUALE (MODULO)

### Spiegazione dei termini:

- Distanza limite (tempo limite): distanza (durata) dal punto di identificazione del pericolo (riconoscimento) alla posizione di collisione (primo contatto).
- Adattamento: messa a fuoco dell'occhio (lente dell'occhio) su un oggetto.
- Tempo di adattamento: tempo richiesto per l'adattamento dell'occhio.
- Valore di evidenza: Misura di percezione e riconoscibilità.
- Punto di evidenza: Punto (posizione) in cui un oggetto diventa evidente.
- Attenzione: concentrazione delle attività, interessi ed aspettative del soggetto sull'oggetto della sua azione.
- Capacità di risoluzione: capacità di percepire 2 punti distinti.
- Campo visuale: L'insieme dei punti che possono essere fissati con gli occhi mossi e la testa immobile: circa 60° a sinistra e a destra e circa 40° in alto e in basso. (cfr. con campo visivo).
- Movimento oculare rapido (saccade): movimento oculare rapido volontario o involontario eseguito per portare l'immagine dell'oggetto di interesse nella fovea.
- Attenzione dello sguardo: Tempo dal momento dell'inizio del movimento oculare (saccade) alla fine dell'adattamento.
- Tempo di decisione: Tempo che intercorre tra la ricezione di una percezione (riconoscimento) e il prendere una decisione.
- Fovea centralis: Area centrale della retina in cui è possibile una visione nitida, compresa approssimativamente tra 1° e 1,5°.

- Riconoscimento del pericolo: riconoscimento del contenuto delle informazioni acquisite come potenziale pericolo.
- Posizione (punto) di riconoscimento del pericolo: posizione spaziale occupata nel momento del riconoscimento del pericolo.
- Campo visivo: la parte di un ambiente che può essere visualizzata sulla retina di un occhio immobile.
- Campo visivo utile: la parte del campo visivo che, tenendo conto di elementi “oscuranti” (oggetti che compromettono la visuale come montature degli occhiali, casco, montante dell’auto, ecc..) rimane a disposizione del soggetto.
- Reazione: un cambiamento nel comportamento a seguito della percezione delle informazioni.
- Reazione spontanea: reazione senza processi decisionali consapevoli.
- Reazione emotiva: reazione intrapresa dopo la valutazione di possibilità alternative.
- Causa della reazione: informazioni alle quali può essere attribuito l’insorgere di una reazione.
- Richiesta di reazione: informazioni che richiedono la necessità di una reazione.
- Tempo di reazione: tempo trascorso tra l’identificazione del pericolo e l’inizio della reazione (es: frenata, sterzata, etc...). Questa definizione è la più sensata per la pratica forense.
- Retina: parte anatomica dell’occhio.
- Raggio visivo: linea retta congiungente l’occhio ad un punto di un oggetto.
- Angolo visuale: l’angolo compreso tra i raggi visivi dei punti di contorno di un oggetto.
- Punto di visibilità: punto spaziale in cui il raggio visivo di un soggetto è in grado di superare per la prima volta un ostacolo che compromette la visuale di un oggetto.
- Distanza visiva: una distanza all’interno del campo visivo.
- Spazio cieco: un’area non visibile intorno a un veicolo che dipende dalla posizione di seduta e dagli oggetti che compromettono la visuale.
- Distanza per secondi: distanza percorsa in un secondo
- Punto cieco: un’area non mostrata negli specchietti retrovisori interni ed esterni e non visibile al conducente.
- Visus (Acutezza visiva): rappresenta l’inverso delle dimensioni angolari minime che un oggetto deve avere per essere percepito correttamente
- Percezione: Acquisire informazioni che possono potenzialmente essere oggetto di reazione o che sono la ragione per volgere lo sguardo su di esse.

---

## ATTENZIONE (CONCENTRATIVA -DISTRIBUTIVA)

Occorre distinguere tra attenzione concentrativa e attenzione distributiva:

	Attenzione	
	concentrativa	distributiva
Riconoscibilità	Dettagli di alcuni oggetti	Panoramica approssimativa di molti oggetti
Prestazioni di orientamento	Limitate	Buone
Ambito delle informazioni	Piccolo	Grande
Accuratezza delle informazioni	Grande	Piccola

L'attenzione concentrativa e distributiva vengono utilizzate in base alle esigenze soggettive e possono essere presenti solo in successione, non contemporaneamente.

Nell'alternanza tra attenzione distributiva e concentrativa, c'è solitamente un salto nello sguardo (rotazione dello sguardo), a meno che un oggetto "per coincidenza" fisso sia la ragione di un improvviso avvicendamento dell'attenzione concentrativa.

Dalla comparsa dello stimolo nell'area visiva periferica al riconoscimento (richiesta di reazione), trascorrono da 0,4 a 0,7 s.

---

## SISTEMA VISIVO

### Tempo di adattamento:

Il tempo di adattamento dipende dall'età e dalle dimensioni del salto di accomodamento.

Esempio: dalla messa a fuoco a distanza fino a 50 cm, il salto di adattamento dura circa 0,5 s per un 28enne e circa 0,75 s per un 40enne.

### Distribuzione delle cellule sensoriali sulla retina:

Sulla retina sono distribuiti due diversi tipi di cellule sensoriali: coni per la visione a colori e bastoncelli per la visione chiaro-scuro.

I coni si concentrano in una zona ristretta intorno alla fovea centrale. Verso la periferia la densità dei coni diminuisce fortemente. La loro diffusione è legata al cromatismo.

Nella zona della fovea la densità dei bastoncelli è pari a 0, verso la periferia aumenta fortemente fino a circa 20° e poi diminuisce di nuovo della metà.

### Campo visivo:

Il campo visivo nella visione binoculare in condizioni ottimali si estende verticalmente fino ad un massimo di 130° (60° verso l'alto e 70° verso il basso) e orizzontalmente fino a circa 180°.

La risoluzione è molto limitata nel campo visivo periferico e quindi anche la percezione di oggetti stazionari lontani dalla linea di visione. In compenso, la percezione del movimento nella periferia è buona.

### Acuità visiva statica:

L'acuità visiva media della popolazione normo-vedente è di 1, il che significa che può essere apprezzato un minuto angolare. Un oggetto con un diametro di almeno 3 m può essere visto ad una distanza di 100 m nella zona della fovea in buone condizioni visive.

### Acuità visiva dinamica:

L'acuità visiva dinamica è la capacità di riconoscere i dettagli degli oggetti in movimento. L'acuità visiva dinamica è maggiore dell'acuità visiva statica quando un oggetto si muove lentamente lungo la linea visiva e minore quando l'oggetto si muove rapidamente.

### Percezione della profondità:

La percezione della profondità nella visione binoculare è ottenuta principalmente dalla diversa direzione di visione (angolo di convergenza) dai due occhi all'oggetto. Le immagini di un oggetto create negli occhi presentano uno spostamento laterale. Ciò consente la visione spaziale. A volte è anche possibile stimare la lontananza in base alle dimensioni dell'immagine di un oggetto conosciuto.

La percezione della profondità e quindi la stima della distanza sono influenzate da molti fattori. Ad esempio, una visuale nitida fa apparire le distanze più brevi e una visione offuscata (polvere, nebbia) fa apparire le distanze maggiori. Ad esempio, si ha la sensazione che le montagne siano più vicine quando c'è il favonio che produce una visione molto nitida.

La differenza di distanza apprezzabile dipende dalla distanza dell'oggetto:

Distanza dell'oggetto		Differenza di distanza apprezzabile	
1	m	0,4	mm
3	m	1,3	mm
10	m	4,0	cm
50	m	1,0	m
100	m	3,5	m
1000	m	275	m

### Percezione del movimento:

La percezione del movimento di un oggetto può essere ottenuta semplicemente fissando l'oggetto nel suo ambiente, cioè immaginando costantemente l'oggetto nella retina della fovea, richiede quindi il movimento degli occhi o della testa o un accomodamento. Mentre un oggetto fisso viene sempre inquadrato nello stesso punto e l'immagine dell'ambiente si sposta.

Se invece l'oggetto non è fisso, l'immagine viene ripresa nell'area periferica della retina. Se l'oggetto ora si muove, il pixel si muove sulla retina, mentre l'immagine dell'ambiente rimane la stessa

---

## REGISTRAZIONE DELLE INFORMAZIONI VISIVE

### Percezione di oggetti statici:

Quando un veicolo si muove lungo il suo percorso, il contatto visivo diretto si verifica in un determinato punto, cioè nel punto (punto di visibilità) in cui il raggio visivo supera l'ostacolo che ne impedisce la visione.

A seconda delle dimensioni, della visibilità e degli altri parametri psicologici, l'oggetto sarà visibile (punto di avvistamento) e percepito più o meno tardi (o mai!).

Dopo un'ulteriore approssimazione e confronto con il contenuto della memoria, l'oggetto viene riconosciuto nel suo valore (punto di riconoscimento) e, se richiede un comportamento di guida, il conducente intraprenderà una reazione.

### Percezione del proprio movimento (velocità):

Nell'occhio di un osservatore a riposo, l'ambiente è rappresentato come un'immagine costante sulla retina. Se l'osservatore si muove in avanti, l'immagine nell'occhio cambia. Il punto oggetto fisso continua a formarsi nella fovea e non cambia la sua posizione. Più grande è l'angolo verso un altro punto, più piccola è la distanza e maggiore è la velocità propria, più il punto immagine viaggia velocemente sulla retina. Questo si traduce in una sorta di schema di flusso di punti che si muovono dalla fovea verso l'esterno, quanto più velocemente quanto più lontano sono verso l'esterno.

Poiché molti parametri influenzano allo stesso tempo, non è possibile una chiara interpretazione della velocità del flusso e della sua assegnazione ad una certa velocità, cosicché la stima della propria velocità è possibile solo in modo impreciso.

La stima della propria velocità è influenzata o condizionata anche da altre percezioni sensoriali (uditive e mecano-somatiche). Ad esempio, in un veicolo silenzioso e con una guida tranquilla e scorrevole, la propria velocità di guida tende ad essere sottovalutata. Anche l'effetto assuefazione non deve essere sottovalutato.

## Percezione del movimento (velocità) di un oggetto

Il movimento di un oggetto generalmente causa uno spostamento dell'immagine sulla retina. Se l'oggetto si allontana, l'immagine diventa più piccola. Quando si avvicina, è il contrario. Un movimento laterale provoca un puro spostamento dell'immagine, oppure richiede un movimento della testa o degli occhi.

Il valore limite fisiologico per la percezione di un movimento (velocità) è correlato alla velocità angolare minima richiesta affinché l'immagine sulla retina cambi. Se questa soglia di percezione viene superata, allora sarà possibile percepire un movimento senza tuttavia riuscire a stimare una velocità. I movimenti della testa e degli occhi sono valutati e non influenzano la misura percepita della velocità angolare.

La velocità angolare minima richiesta dipende da molti parametri: contrasto, luminanza, dimensioni dell'oggetto, punto di riferimento, direzione del movimento e tempo di osservazione.

---

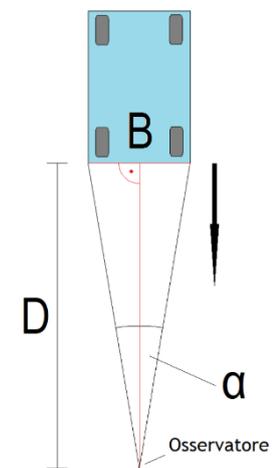
## PERCEZIONE DI MOVIMENTO RELATIVO (VELOCITÀ RELATIVA)

### Movimento relativo in direzione longitudinale:

La percezione di un movimento relativo in direzione longitudinale è proporzionale alla variazione della profondità. Se due veicoli guidano nella stessa direzione, il problema può essere ridotto al movimento dell'oggetto che precede. La velocità relativa fa sì che l'angolo di visione cambi sui contorni del veicolo o sulle luci dei freni.

Le valutazioni trigonometriche portano ai seguenti risultati per il calcolo:

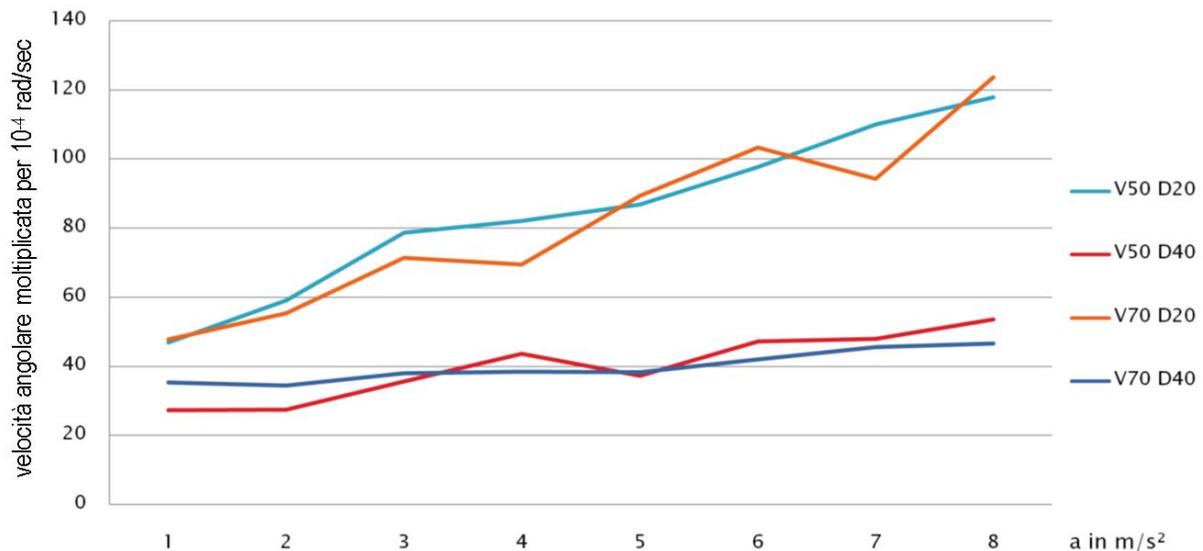
$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{4 B (a t + v)}{(t (a t + 2 v) - 2 D)^2 + B^2}$$



Indagini condotte su persone coinvolte nel test hanno fornito i seguenti valori limite per velocità angolari significative in condizioni di laboratorio:

a	V50 D20	V50 D40	V70 D20	V70 D40	
1	41,07 ± 12,82	23,97 ± 9,79	41,81 ± 12,93	30,93 ± 11,12	• 10 <sup>-4</sup> rad/s
2	51,75 ± 14,39	24,09 ± 9,82	48,48 ± 13,93	30,13 ± 10,98	• 10 <sup>-4</sup> rad/s
3	68,89 ± 16,6	31,27 ± 11,18	62,5 ± 15,81	33,29 ± 11,54	• 10 <sup>-4</sup> rad/s
4	71,88 ± 16,96	38,17 ± 12,36	60,83 ± 15,6	33,69 ± 11,61	• 10 <sup>-4</sup> rad/s
5	76,06 ± 17,44	32,66 ± 11,43	78,16 ± 17,68	33,49 ± 11,57	• 10 <sup>-4</sup> rad/s
6	85,49 ± 18,49	41,29 ± 12,85	90,46 ± 19,02	36,74 ± 12,12	• 10 <sup>-4</sup> rad/s
7	96,29 ± 19,63	41,97 ± 12,95	82,51 ± 18,16	39,81 ± 12,62	• 10 <sup>-4</sup> rad/s
8	103,16 ± 20,31	46,85 ± 13,69	108,28 ± 20,81	40,77 ± 12,77	• 10 <sup>-4</sup> rad/s

La figura mostra i valori determinati in funzione dei diversi valori di decelerazione:



Si può vedere molto chiaramente che il valore della velocità non ha influito sul tempo di reazione e solo la variazione dell'angolo come conseguenza della frenata era rilevante. Si può anche notare che la velocità angolare è indirettamente proporzionale alla distanza tra i veicoli: il doppio della distanza richiede solo circa la metà della velocità angolare.

#### Movimento relativo in direzione trasversale - campo visivo interno:

L'indagine sugli ostacoli nel campo visivo interno è resa più difficile dal fatto che si sovrappongono diversi effetti, per cui non si può dire se e in che misura il cambiamento dell'angolo di visione sia stato il momento che ha attirato l'attenzione.

Si consideri la situazione di una intersezione con le linee di arresto, ci si chiede quando un utente della strada in avvicinamento può notare che un altro utente della strada sta immettendosi nell'intersezione da una posizione perpendicolare. I punti

sulla retina formano uno schema di flusso e se un oggetto inizia inaspettatamente a muoversi, ciò rappresenta un'anomalia nel flusso, che può portare ad una richiesta di reazione. Se si considera l'aspetto che più lontano nel campo visivo si sposta più rapidamente verso l'esterno, un avvicinamento ad angolo retto degli elementi di ostacolo si traduce in tre parametri decisivi per questa situazione:

- La velocità di avvicinamento del soggetto - più velocemente l'osservatore si avvicina, più velocemente il flusso scorre verso l'esterno
- L'angolo di osservazione - più è esterno al punto di osservazione, più velocemente scorre verso l'esterno.
- L'accelerazione dell'ostacolo - questo è rilevante per la visibilità dell'anomalia.

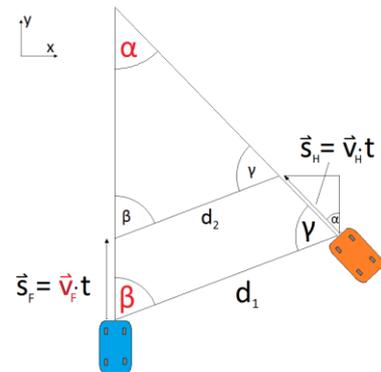
La variazione dell'angolo di visione nell'area interna diventa particolarmente rilevante se la vista di un potenziale ostacolo è oscurata da una sfortunata combinazione di condizioni spaziali (es. la presenza del montante).

Movimento relativo in direzione trasversale - campo visivo esterno:

Angolo di osservazione costante:

Particolarmente pericolose sono le situazioni in cui l'angolo di visuale di un veicolo in senso trasversale praticamente non cambia. Ciò si verifica quando si verifica quanto segue:

$$|\vec{v}_H| = |\vec{v}_F| \sin \beta \operatorname{cosec}(\alpha + \beta)$$



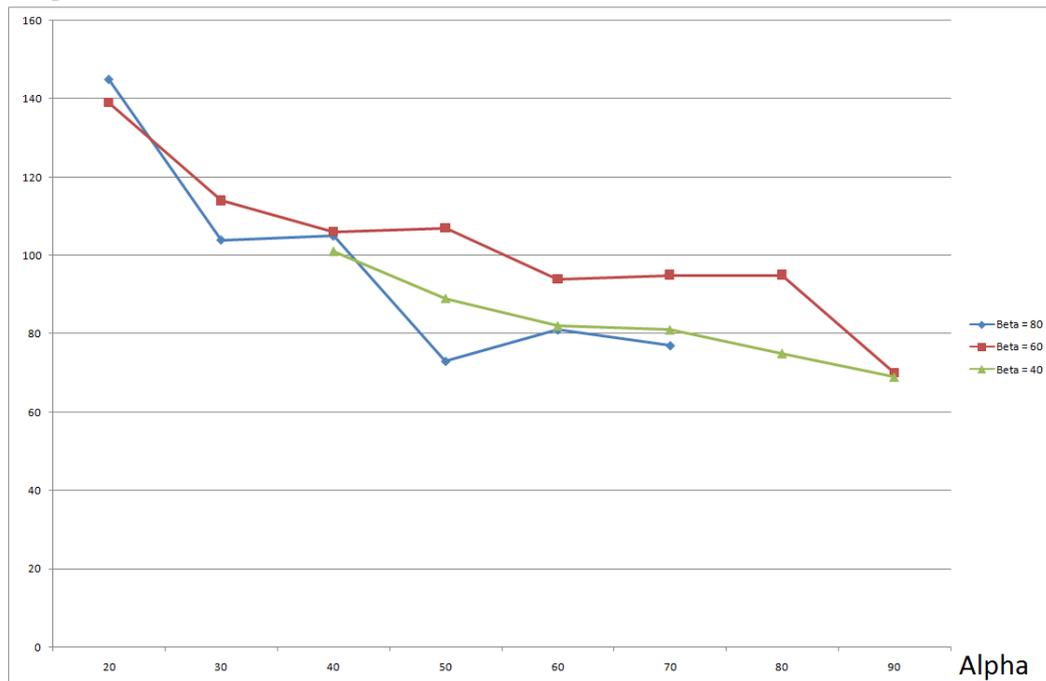
Valori misurati del tempo di riconoscimento ad angolo di osservazione  $\beta$  costante:

		velocità angolare media al momento del riconoscimento [rad/sec]			
Alpha [°]	Beta [°]:	40	60	80	
20			139 ± 24	145 ± 24	• 10 <sup>-4</sup>
30			114 ± 21	104 ± 20	• 10 <sup>-4</sup>
40		101 ± 20	106 ± 21	105 ± 20	• 10 <sup>-4</sup>
50		89 ± 19	107 ± 21	73 ± 17	• 10 <sup>-4</sup>
60		82 ± 18	94 ± 19	81 ± 18	• 10 <sup>-4</sup>
70		81 ± 18	95 ± 19	77 ± 18	• 10 <sup>-4</sup>
80		75 ± 17	95 ± 19		• 10 <sup>-4</sup>
90		69 ± 17	70 ± 16		• 10 <sup>-4</sup>

I valori misurati sono in funzione dell'angolo di avvicinamento.

Si può notare dal grafico che una maggiore distanza dall'oggetto osservato richiede una velocità angolare inferiore per completare un processo di approssimazione, di riconoscimento. Questo corrisponde all'intuizione, poiché le piccole velocità angolari degli oggetti lontani producono un'immagine relativamente più grande sulla retina rispetto agli oggetti vicini che appaiono grandi fin dall'inizio. La "dimensione relativa" dell'oggetto osservato cambia quindi più velocemente con gli oggetti lontani che con gli oggetti vicini.

Omega x 10<sup>4</sup>



### Angolo di osservazione variabile:

Per la praticità dell'applicazione, è stato studiato il cambiamento di angolo che si verifica quando l'ostacolo devia ad una certa velocità dalla velocità alla quale l'angolo di osservazione  $\beta$  è costante.

Negli esperimenti sono state studiate diverse combinazioni di angolo di avvicinamento  $\alpha$  e angolo di osservazione  $\beta$ , con i partecipanti alla collisione che guidano a velocità diverse, deviando dall'angolo di osservazione costante.

Winkel [°]	$\Delta v$ [km/h]	velocità angolare media al momento del riconoscimento [rad/sec]					
		0,5	1	2	4	8	
$\alpha$ 30 $\beta$ 60		44 ± 13	85 ± 18	183 ± 27	346 ± 37	685 ± 52	• 10 <sup>-4</sup>
$\alpha$ 30 $\beta$ 80		26 ± 10	69 ± 17	151 ± 25	291 ± 34	592 ± 49	• 10 <sup>-4</sup>
$\alpha$ 60 $\beta$ 40		23 ± 10	47 ± 14	101 ± 20	197 ± 28	386 ± 39	• 10 <sup>-4</sup>
$\alpha$ 60 $\beta$ 60		07 ± 5	26 ± 10	94 ± 19	162 ± 25	292 ± 34	• 10 <sup>-4</sup>
$\alpha$ 60 $\beta$ 80		31 ± 11	40 ± 13	87 ± 19	139 ± 24	217 ± 29	• 10 <sup>-4</sup>
$\alpha$ 90 $\beta$ 40		14 ± 7	26 ± 10	69 ± 17	114 ± 21	212 ± 29	• 10 <sup>-4</sup>
$\alpha$ 90 $\beta$ 60		45 ± 13	27 ± 10	75 ± 17	107 ± 21	146 ± 24	• 10 <sup>-4</sup>

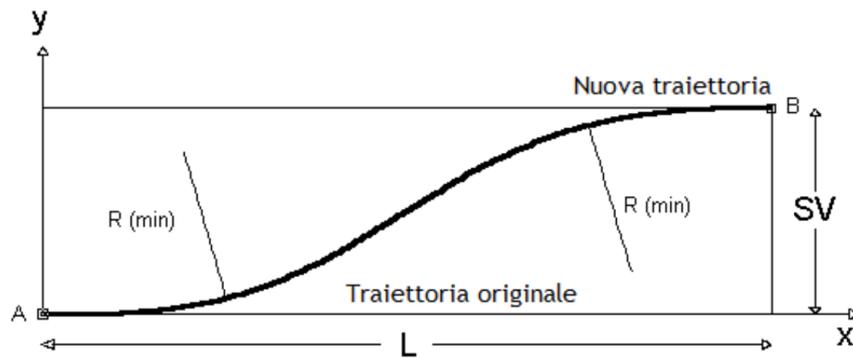
Il grafico mostra chiaramente che il cambiamento percepito in termini di angolo aumenta linearmente con  $\Delta v$ . Il tempo di riconoscimento è indirettamente proporzionale alla velocità angolare.

#### MANOVRA DI CAMBIO DI CORSIA (MODULO)

La procedura di cambio corsia (ad es. a sinistra) è composta da 4 fasi. In primo luogo, il veicolo sterza a sinistra, per cui l'angolo di sterzata viene aumentato da 0 (marcia avanti dritta) ad un certo valore massimo (primo tratto) e poi di nuovo sterzato indietro a 0 (secondo tratto). In questo momento, dopo aver raggiunto l'angolo massimo di imbardata, il veicolo riprende la marcia rettilinea. In seguito, il veicolo si dirige in modo analogo verso destra.

La traiettoria percorsa è caratterizzata dal fatto che il suo raggio di curvatura, che corrisponde al raggio effettivo della curva, diminuisce dall'infinito ad un valore minimo per poi tornare ad essere infinitamente grande. Nella fase di rientro a destra, avviene il medesimo processo.

Il modello utilizzato nel programma di ricostruzione degli incidenti AnalyzerPro è una linea sinusoidale obliqua, cioè il veicolo viaggia con il suo punto centrale su una curva sinusoidale che viene ruotata in modo che le tangenti all'inizio e alla fine siano orizzontali e abbiano una distanza pari alla distanza di spostamento laterale inserita. Il centro del veicolo è definito come il punto mediano del passo e della sua larghezza.



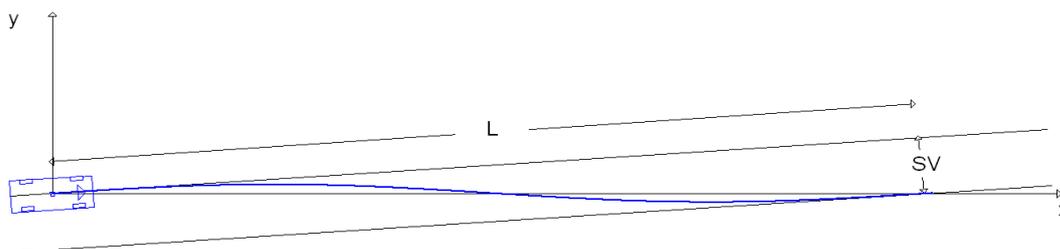
Esattamente come desiderato, con una curva sinusoidale il raggio di curvatura è infinitamente grande all'inizio, nel mezzo e alla fine (l'angolo di sterzata è pari a zero) e raggiunge dopo circa un quarto e tre quarti del percorso il raggio più piccolo. L'accelerazione laterale massima si ottiene approssimativamente in uno di questi due punti, cioè nel punto in cui la velocità è maggiore.

L'equazione della linea sinusoidale obliqua è la seguente:

$$y = S_v \frac{x}{L} \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

- y Spostamento istantaneo
- x Percorso lungo il rettilineo, x va da 0 a L
- $S_v$  Spostamento laterale (larghezza per elusione)
- L Percorso alternativo (in realtà lo spazio necessario in direzione longitudinale della strada)

Per il calcolo del minimo raggio di curvatura, la linea sinusoidale obliqua viene ruotata nell'asse x:



$$y = \frac{S_v}{2\pi L} \sqrt{S_v^2 + L^2} \sin\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{S_v^2 + L^2}}\right)$$

Il minor raggio di curvatura si ottiene se si applica quanto segue:

$$\frac{2\pi x}{L} = \frac{\pi}{2} \quad oppure \quad \frac{2\pi x}{L} = \frac{3\pi}{2}$$

ovvero:

$$x = \frac{L}{4} \quad e \quad x = \frac{3L}{4}$$

Il minor raggio di curvatura si calcola come segue:

$$R = \frac{L \sqrt{S_V^2 + L^2}}{2 \pi S_V}$$

L'accelerazione laterale o normale dipende dalla velocità e dal raggio della curva:

$$a_q = \frac{v^2}{R}$$

Dalle ultime due equazioni, L può essere calcolato in funzione della velocità v e dell'accelerazione laterale. È quindi provato che l'accelerazione laterale massima verrà raggiunta nel punto con il raggio di curvatura più piccolo. Se il processo di cambio di corsia è accelerato, allora L deve essere calcolato iterativamente. Il percorso del punto centrale del veicolo è calcolato mediante integrazione numerica della curva sinusoidale.

## LANCIO BALISTICO (MODULE)

La gravità della terra agisce su un corpo in caduta verticale e l'attrito nella direzione opposta a quella di caduta.

Per l'attrito dell'aria vale quanto segue:

$$R = 0,5 c_w A_q \rho v^2$$

Per la velocità di discesa vale quanto segue:

$$\vec{v}_w = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_w \\ 0 \end{pmatrix}$$

Il calcolo viene effettuato mediante integrazione numerica.:

$$R_x = 0,5 c_w A_q \rho v_x^2 \quad e \quad R_y = 0,5 c_w A_q \rho v_y^2$$

$$a = \begin{pmatrix} -\frac{R_x}{m} \\ -\frac{R_y}{m} - g \end{pmatrix}$$

$$v = v_0 + a t$$

$$r = r_0 + v dt$$

$(v_x, v_y)$

$(v_w, 0)$

$c_w$

Vettore velocità (nello spazio)

Velocità del vento frontale

Coefficiente di resistenza all'aria (valore  $c_w$ )

$A_q$	Sezione trasversale
$\rho$	Densità dell'aria
$v$	Velocità di discesa istantanea
$a$	Vettore accelerazione
$v$	Vettore velocità
$r$	Vettore posizione

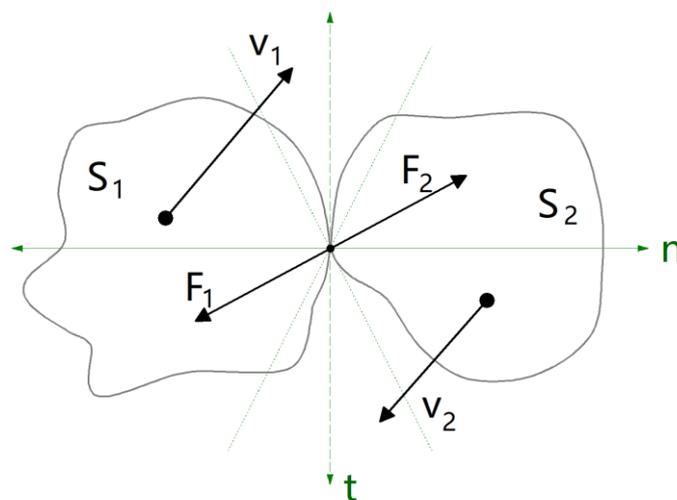
Nel calcolo delle collisioni, a differenza della cinematica, nella dinamica tutte le forze devono essere prese in considerazione in modo diretto e i loro effetti devono essere calcolati. Un'analisi di collisione può essere condotta con diverse varianti, per cui in base alla situazione si offrono determinati metodi. Va sottolineato che la determinazione della velocità di collisione non è l'Ultima Ratio nella elaborazione di un rapporto di incidente, ma solo una fase intermedia importante.

## FONDAMENTI

### ANALISI DELL'URTO

Un urto è per definizione uno scambio di forze tra due corpi. In una visione macroscopica, come nel caso di un incidente stradale, si presume che le distanze percorse dai corpi durante il tempo di impatto possano essere trascurate. Al contrario, si presume che l'urto avvenga in un singolo punto d'impatto. Inoltre, tutte le singole forze che si producono in un impatto vengono combinate per formare una forza totale risultante.

L'esempio più semplice è rappresentato da due corpi ideali e indeformabili:



t ... Tangente al punto di contatto

n ... Normale al punto di contatto

$F_1$  ... Forza agente sul corpo 1 (uguale e contraria a  $F_2$ )

$F_2$  ... Forza agente sul corpo 2 (uguale e contraria a  $F_1$ )

Nel punto di collisione, il movimento di due corpi rigidi genera forze che si orientano nella medesima direzione, con versi opposti e con la stessa intensità.

In realtà ci troviamo a lavorare con corpi deformabili, motivo per cui l'ipotesi di impatto è solo approssimativa. Ad esempio, si deve tener conto della deformazione permanente di un veicolo dopo una collisione.

Valori caratteristici per gli urti nel punto di contatto:

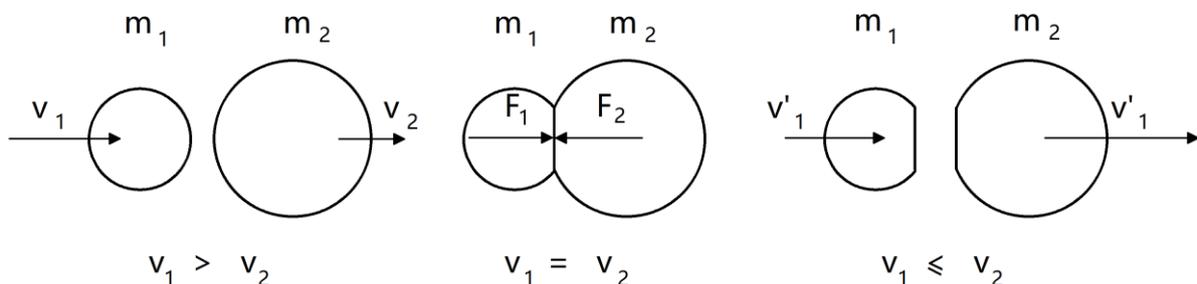
- L'elasticità del materiale (rappresentata dal fattore  $k$  = coefficiente d'impatto)
- L'attrito che si verifica (rappresentato dal coefficiente  $\mu$ )

---

## IL COEFFICIENTE DI IMPATTO K

Dopo l'urto di un corpo reale, rimane una deformazione. In base all'elasticità del materiale, questa può essere molto grande o praticamente inesistente. Inoltre, l'elasticità dei diversi materiali coinvolti non è solitamente la medesima. Il coefficiente d'impatto  $k$  è un concetto che permette di esaminare il fenomeno in modo sintetico.

Urto diretto:



In questo caso, le forze risultanti sono sullo stesso piano dei vettori di velocità, quindi non si verifica nessuna rotazione. L'urto può essere suddiviso in 2 sezioni:

1. Nel punto di contatto si verificano forze d'urto di uguale entità ( $F_1$ ,  $F_2$ ). Il corpo 1 che impatta viene decelerato, il corpo 2 impattato viene accelerato, entrambi i corpi sono deformati. Alla fine della prima sezione i corpi hanno raggiunto la loro deformazione massima e le velocità sono le stesse.
2. Le deformazioni diminuiscono in base alle proprietà elastiche specifiche dei materiali. Il corpo 2 viene ulteriormente accelerato, il corpo 1 viene ulteriormente decelerato - fino a quando i corpi si separano.

I due casi estremi sono questi:

... l'urto completamente plastico (anaelastico), in cui le due sfere non hanno un ritorno elastico, rimangono unite e si muovono alla stessa velocità.

... l'urto completamente elastico, in cui avviene un trasferimento completo, la palla 1 si ferma dopo l'impatto e la palla 2 assume l'intero impulso.

La descrizione dell'elasticità di un impatto è data dal fattore k:

$$k = \frac{\Delta v'}{\Delta v} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

Ovvero: Il coefficiente d'impatto k è la differenza di velocità dopo l'urto divisa per la differenza di velocità prima dell'urto.

In generale, deve essere rispettata la seguente condizione:  $0 \leq k \leq 1$ .

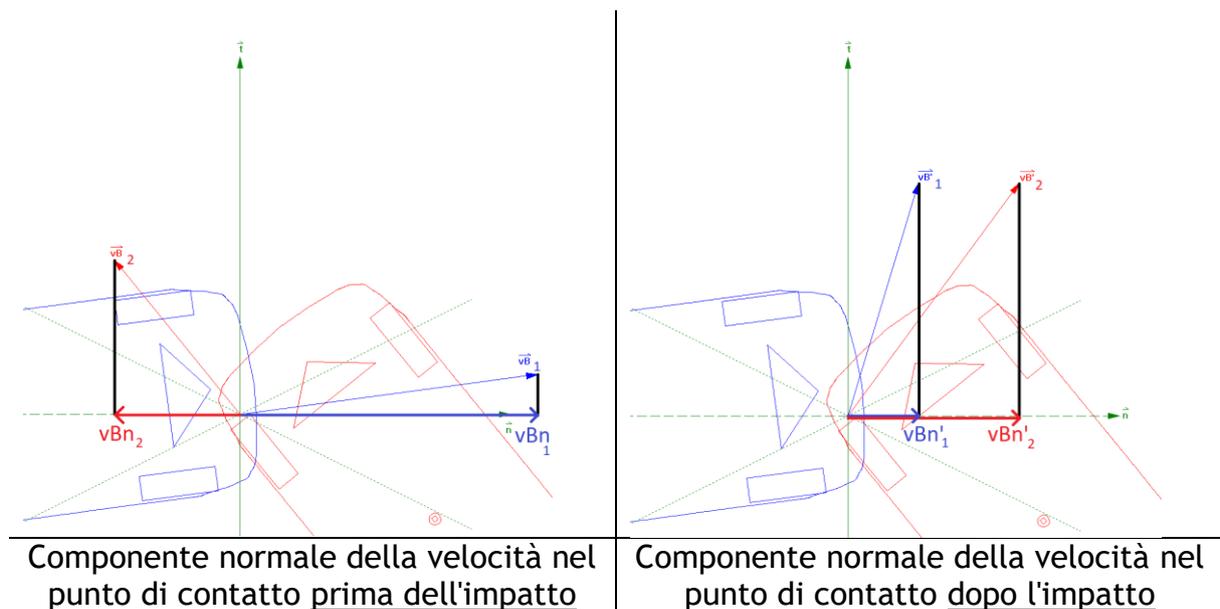
E questa è la classificazione dell'urto in funzione di K:

k = 0 ... urto plastico      |      0 < k < 1 ... urto reale      |      k = 1 ... urto elastico

Un caso particolare è la collisione di striscio, dove è possibile  $v_1' > v_2'$  e quindi il fattore k può diventare negativo.

### Urto eccentrico:

Nella realtà, non sono due centri di massa a collidere, ma, ad esempio, due parti della carrozzeria dei veicoli. Il coefficiente d'urto k dovrà quindi essere determinato in base alle velocità dei punti di contatto. Solo le componenti della velocità nella direzione della normale di contatto sono di interesse in questo caso. ( $v_{Bn}$  e  $v_{Bn}'$ ).



Il fattore  $k$  di un urto eccentrico può essere calcolato nel seguente modo:

$$k = \frac{\Delta v'_{Bn}}{\Delta v_{Bn}} = \frac{v'_{Bn2} - v'_{Bn1}}{v_{Bn1} - v_{Bn2}}$$

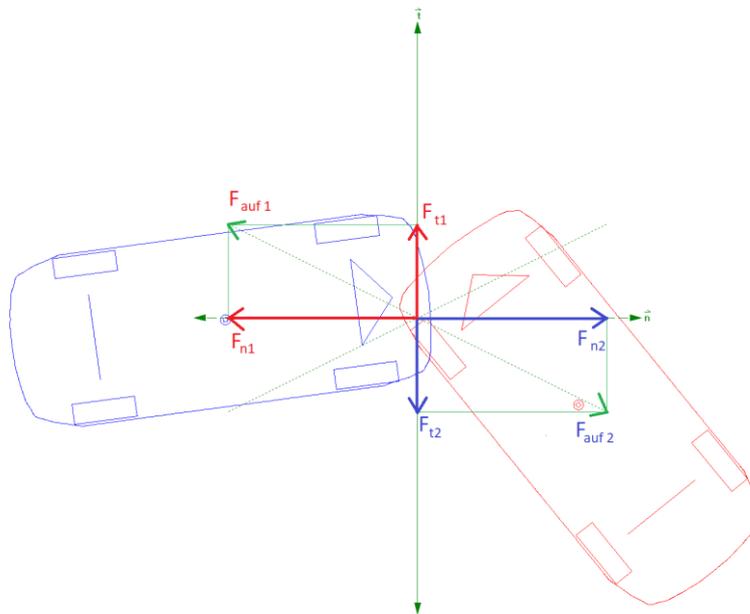
Come parametro di controllo in AnalyzerPro è possibile utilizzare  $\Delta v'_{Bn} = v'_{Bn2} - v'_{Bn1}$ , perché di solito è tra 2 e 7 km/h per collisioni auto - auto.

---

## IL COEFFICIENTE DI ATTRITO $\mu$

Il coefficiente di attrito  $\mu$  viene utilizzato per qualificare l'attrito nella zona di contatto. La definizione è:

$$\mu = \frac{\text{Componente tangenziale della Forza di deformazione}}{\text{Componente normale della Forza di deformazione}} = \frac{F_t}{F_n}$$



La dimensione del coefficiente di attrito è influenzata dalla qualità delle superfici nella zona di contatto e dal tipo di impatto.

## ANALISI DEGLI URTI

---

### ANALISI A RITROSO

Analisi con il metodo Quantità di moto a ritroso:

Dalle situazioni dopo la collisione (movimenti di traslazione e di rotazione dei veicoli) è possibile determinare le condizioni prima della collisione. Per il calcolo vengono utilizzati sia il principio della quantità di moto lineare che il principio della quantità

di moto angolare. Gli impulsi in uscita dall'urto sono noti per quantità e direzione (dalla tracciatura) come pure le direzioni degli impulsi in entrata.

La soluzione al principio della quantità di moto lineare è possibile in quanto il vettore urto ha la stessa grandezza per entrambi i veicoli benchè agisca con verso opposto. Successivamente si verifica se il principio del momento angolare è soddisfatto dal vettore urto calcolato in base al principio della quantità di moto lineare. La posizione della tangente di contatto o il coefficiente d'urto non devono essere necessariamente considerati in questa procedura.

#### Analisi con il metodo EES a ritroso:

Nel caso di collisioni con traffico proveniente in senso inverso (frontali) o di collisioni posteriori (tamponamenti), l'applicazione del metodo del bilancio motorio, ad esempio la sola applicazione dei principi della quantità di moto lineare, diventa problematica, poiché piccole variazioni angolari nei vettori della quantità di moto producono grandi cambiamenti nella grandezza di questi vettori.

Per superare questo problema, è stata sviluppata la procedura EES. Oltre ai principi del momento lineare e angolare, si tiene conto anche della legge di conservazione dell'energia. La differenza tra l'energia del sistema prima della collisione e l'energia del sistema dopo la collisione corrisponde approssimativamente al lavoro di deformazione che diventa visibile quando i veicoli sono danneggiati. Questo lavoro di deformazione può essere calcolato con metodi adeguati. In questo modo si ottiene un'ulteriore equazione di calcolo che rimpiazza quella della direzione della quantità di moto in ingresso. Ciò facilita il calcolo per questi tipi di incidenti, in particolare quelli con slittamento. La posizione della tangente di contatto o il coefficiente d'impatto non sono necessariamente importanti anche per il metodo EES.

Le variabili che influenzano l'analisi a ritroso sono riassunte e commentate nella seguente tabella. La colonna "Q.d.M. a ritroso" (Quantità di Moto) si riferisce a soluzioni ottenute applicando il principio della Quantità di Moto lineare. "EES a ritroso" si riferisce a soluzioni in cui la direzione di un impulso in ingresso è sostituita da una equazione di conservazione dell'energia. Nella tabella, una "E" significa che questo è un valore conosciuto. I valori senza "E" vengono calcolati. I valori contrassegnati con "SV" sono ottenuti dall'analisi delle tracce al suolo.

	Q.d.M. a ritroso	EES a ritroso
<b>Veicolo 1</b>		
Direzione della quantità di moto dopo l'urto	SV	SV
Intensità della quantità di moto dopo l'urto	SV	SV
Direzione della quantità di moto prima dell'urto	E	
Intensità della quantità di moto prima dell'urto		
Quantità di moto angolare dopo l'urto	SV	SV
Quantità di moto angolare prima dell'urto	E	E
Valore EES		E*

	Q.d.M. a ritroso	EES a ritroso
<b>Veicolo 2</b>		
Direzione della quantità di moto dopo l'urto	SV	SV
Intensità della quantità di moto dopo l'urto	SV	SV
Direzione della quantità di moto prima dell'urto	E	E
Intensità della quantità di moto prima dell'urto		
Quantità di moto angolare dopo l'urto	SV	SV**
Quantità di moto angolare prima dell'urto	E	E
Valore EES		E*

	Q.d.M. a ritroso	EES a ritroso
Orientamento del vettore tangente e normale all'urto		
Velocità del punto di contatto dopo l'urto lungo la direzione normale (k)		
Velocità del punto di contatto dopo l'urto lungo la direzione normale (kt)		
Coefficiente d'attrito nella zona di contatto ( $\mu$ )		

\* Può anche essere calcolato con le formule strutturali

\*\* Questo valore può essere calcolato iterativamente a partire dai dati di ingresso

Nella colonna "EES a ritroso" è possibile inserire in alternativa la direzione della quantità di moto per il veicolo 1 e lasciare in bianco la direzione della quantità di moto per il veicolo 2.

Le informazioni sulle velocità dei punti di contatto (k e kt) e sul coefficiente di attrito nella zona di contatto ( $\mu$ ) non sono necessarie come valori da inserire, ma possono essere calcolate se l'orientamento del vettore tangente e del vettore normale sono definiti e possono essere usati come parametri di controllo.

---

### CONSIGLI E TRUCCHI PER L'ANALISI A RITROSO

Durante un'analisi a ritroso possono verificarsi i seguenti problemi:

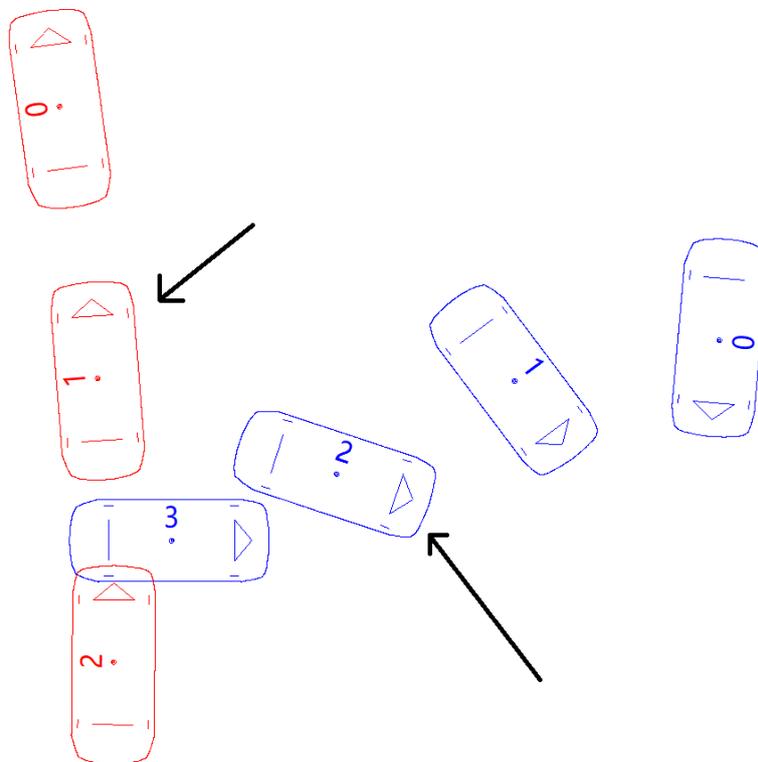
#### Alto coefficiente d'attrito $\mu$ :

Questo accade quando viene indicato un impulso d'urto troppo ruotato rispetto alla direzione normale. La conseguenza è che l'attrito nella zona di contatto diviene maggiore di quanto necessario per un impatto adesivo. Di conseguenza, l'attrito avrebbe un effetto di accelerazione.

### Alti valori di $DvBn'$ o di $k$ :

La velocità differenziale dei punti di contatto dopo l'urto dovrebbe essere compresa tra 2 e 7 km/h circa. A volte, tuttavia, il risultato del calcolo può essere significativamente superiore. Lo stesso vale per il fattore  $k$ , che è proporzionale a  $DvBn'$ .

Se si verificano questi problemi, i parametri di ingresso devono essere corretti. La correzione può essere effettuata solo indirettamente spostando il punto di contatto, ruotando la tangente o modificando i dati di movimento post urto (nell'analisi delle tracce al suolo). Nella maggior parte dei casi sarà sufficiente cambiare l'angolo della traiettoria. Questo può essere cambiato correggendo posizione successiva alla posizione di urto come nella figura qui sotto.



---

### ANALISI IN AVANTI

Con il calcolo in avanti, si dispone di meno informazioni sulla sequenza di collisione che con l'analisi a ritroso. In primo luogo, non c'è nulla che possa essere considerato certo. Solo si presume che due veicoli abbiano viaggiato in una determinata direzione a determinate velocità e, a partire da questo, si desidera calcolare le condizioni verificatesi dopo la collisione.

Quindi si ipotizzano il valore e la direzione delle quantità di moto prima dell'urto. Non si sa nulla sulle quantità di moto dopo l'urto. Anche la posizione della collisione relativa alla carreggiata non deve necessariamente essere nota. Variando diversi

parametri di input, la velocità di collisione e per la determinazione di altri parametri si utilizza il principio "prova e correggi".

Si devono quindi fare delle ipotesi sulle condizioni nella zona di contatto, cioè sulle componenti delle velocità del punto di contatto dopo la collisione. A tal fine, è necessario determinare l'orientamento della tangente di contatto e della normale. La differenza delle componenti delle velocità del punto di contatto in direzione normale deve essere determinata tramite il coefficiente d'impatto o direttamente come input. Il coefficiente di attrito nella zona di contatto determina il grado di strisciamento. La collisione senza strisciamento può essere considerata un caso speciale così come anche l'impatto con l'aggancio dei punti di contatto.

I valori noti per il calcolo in avanti differiscono dal calcolo a ritroso come mostrato nella tabella seguente. Va notato che l'orientamento della tangente di contatto e della normale può avere un'influenza molto ampia sul risultato, motivo per cui è necessario prestare la massima attenzione nel determinarli. La differenza delle componenti delle velocità del punto di contatto nella direzione normale è determinata dal coefficiente d'impatto, il risultato è una differenza in km/h, che è mediamente di circa 5 km/h.

La differenza tra le componenti delle velocità del punto di contatto nella direzione della tangente dipende dall'entità del coefficiente di attrito applicato nella zona di contatto, dall'utilizzo di questo coefficiente di attrito e dall'esistenza di un impatto con o senza slittamento. Nel caso di un impatto senza slittamento, le componenti hanno la stessa dimensione in direzione tangente (esiste l'attrito statico); nel caso di un impatto con slittamento, possono differire notevolmente l'una dall'altra (esiste l'attrito di scorrimento).

I due metodi disponibili funzionano sostanzialmente secondo le stesse formule e si differenziano solo nell'interpretazione del contributo del coefficiente di attrito:

Quantità di moto in avanti (coefficiente di attrito come limite): Il coefficiente di attrito inserito è un valore limite per le forze di attrito massime che si verificano nella zona di contatto. Se le forze sono comprese nel "cono di attrito" specificato dal coefficiente di attrito, si verifica un impatto adesivo e le componenti delle velocità del punto di contatto parallele alla tangente sono le stesse. Se c'è un impatto adesivo, il coefficiente di attrito che si verifica durante la collisione è inferiore o al massimo uguale all'ingresso.

Quantità di moto in avanti (R fisso): Con questo metodo, l'impatto viene calcolato esattamente con il coefficiente di attrito specificato.

	Q.d.M. a ritroso	Q.d.M. in avanti
<b>Veicolo 1</b>		
Direzione della quantità di moto dopo l'urto	SV	
Intensità della quantità di moto dopo l'urto	SV	
Direzione della quantità di moto prima dell'urto	E	E
Intensità della quantità di moto prima dell'urto		E
Quantità di moto angolare dopo l'urto	SV	
Quantità di moto angolare prima dell'urto	E	E
Valore EES		
<b>Vicolo 2</b>		
Direzione della quantità di moto dopo l'urto	SV	
Intensità della quantità di moto dopo l'urto	SV	
Direzione della quantità di moto prima dell'urto	E	E
Intensità della quantità di moto prima dell'urto		E
Quantità di moto angolare dopo l'urto	SV	
Quantità di moto angolare prima dell'urto	E	E
Valore EES		
Orientamento del vettore tangente e normale all'urto	E**	E
Velocità del punto di contatto dopo l'urto lungo la direzione normale (k)		E
Velocità del punto di contatto dopo l'urto lungo la direzione normale (kt)		
Coefficiente d'attrito nella zona di contatto ( $\mu$ )		E*

\* A seconda della variante come valore predefinito o limite

\*\* Richiesto solo per i dati strutturali e la distribuzione dei valori della EES.

Il valore del coefficiente di attrito viene controllato successivamente. La forza di attrito agisce in direzione opposta al movimento relativo delle superfici di contatto. Ciò significa che la forza deve essere opposta alla componente parallela delle velocità del punto di contatto. Se il coefficiente di attrito aumenta, la differenza tra le componenti parallele si riduce. Se il coefficiente di attrito viene impostato su un valore superiore a quello richiesto per un impatto adesivo, il veicolo precedentemente più lento diventa il veicolo più veloce e la forza di attrito agirà nella direzione del componente ora più veloce, il che è fisicamente sbagliato. In tal caso, viene visualizzato il messaggio di errore "Coefficiente di attrito troppo alto".

Inoltre, viene effettuato un controllo per determinare se i veicoli continueranno a penetrare l'uno nell'altro dopo la collisione. Se il vettore della velocità del punto di contatto del veicolo 1 è compreso tra quello del veicolo 2 e il suo baricentro o viceversa, appare l'avvertenza che gli input devono essere controllati.

L'immissione manuale verrà utilizzata nei casi in cui vi sia un leggero slittamento. Va notato che lo scorrimento è sempre associato all'attrito; maggiore è il movimento relativo, maggiore è l'attrito atteso fino ad un certo limite.

## CONSIGLI E TRUCCHI PER L'ANALISI IN AVANTI

Se deve essere eseguita un'analisi di collisione con il calcolo in avanti, l'utente deve considerare, sulla base degli indizi disponibili, come probabilmente si è verificata la collisione e che tipo di collisione è stata. La procedura generale è chiaramente diversa dal calcolo a ritroso e richiede un'ottima conoscenza della meccanica di collisione da parte dell'utente.

All'inizio dei calcoli, viene fatta una prima ipotesi sulla probabile sequenza di collisione e i dati della tabella seguente vengono utilizzati per verificare se l'ipotesi era corretta. Normalmente, prima di ottenere un risultato adeguatamente rappresentativo del caso in questione, sono necessarie parecchie modifiche all'ipotesi iniziale.

L'ipotesi iniziale include i seguenti dati:

Dati iniziali	Basi di valutazione
Velocità d'urto	Danni al veicolo e percorsi di fuga
Angolo di imbardata e angolo di traiettoria	Comportamento di guida prima della collisione
Ubicazione del punto di contatto	Danni su entrambi i veicoli
Orientamento della tangente di contatto	Tipologie di danno, andamento della penetrazione
Attrito nella zona di contatto	Tipo di collisione, caso con o senza slittamento
Elasticità dei partecipanti all'impatto	Differenza di velocità dei punti di contatto dopo l'urto, rigidità strutturale delle parti interessate del veicolo
Profondità di penetrazione	Deformazione permanente, deformazione dinamica, tendenza allo scorrimento delle parti in plastica
Coefficienti di rigidità nella zona di contatto	Ubicazione della zona di collisione sul veicolo, valutazione delle strutture interessate.
Energia di deformazione, valori EES	Valutazione dei danneggiamenti
Direzione della velocità del punto di contatto dopo l'urto	Tipo di collisione, caso con o senza slittamento
Collocazione della collisione in relazione alla strada	Corsie sulla strada, movimenti prima della collisione
Posizioni finali dei veicoli	Schizzo dell'incidente, informazioni dalle parti coinvolte

L'ipotesi iniziale può essere verificata con un calcolo dinamico del movimento di lancio.

## URTO CONTRO IL MURO

Poiché non è possibile determinare il "movimento di ingresso di un ostacolo", l'analisi a ritroso non è applicabile nel modo convenzionale. Tuttavia, se il movimento di ingresso del veicolo che ha subito l'impatto è noto, l'analisi a ritroso sarebbe gradita. Nel metodo qui sviluppato, l'analisi a ritroso è stata combinata con l'analisi in avanti. Per quanto riguarda il veicolo che ha prodotto l'urto è noto il movimento in ingresso, per quanto riguarda l'ostacolo fisso è noto che la velocità di collisione è pari a 0, il che significa che l'ingresso è noto.

Nel modulo, i dati relativi al veicolo che ha provocato l'urto devono essere inseriti nella colonna di sinistra; la colonna di destra è quella relativa al muro o all'ostacolo.

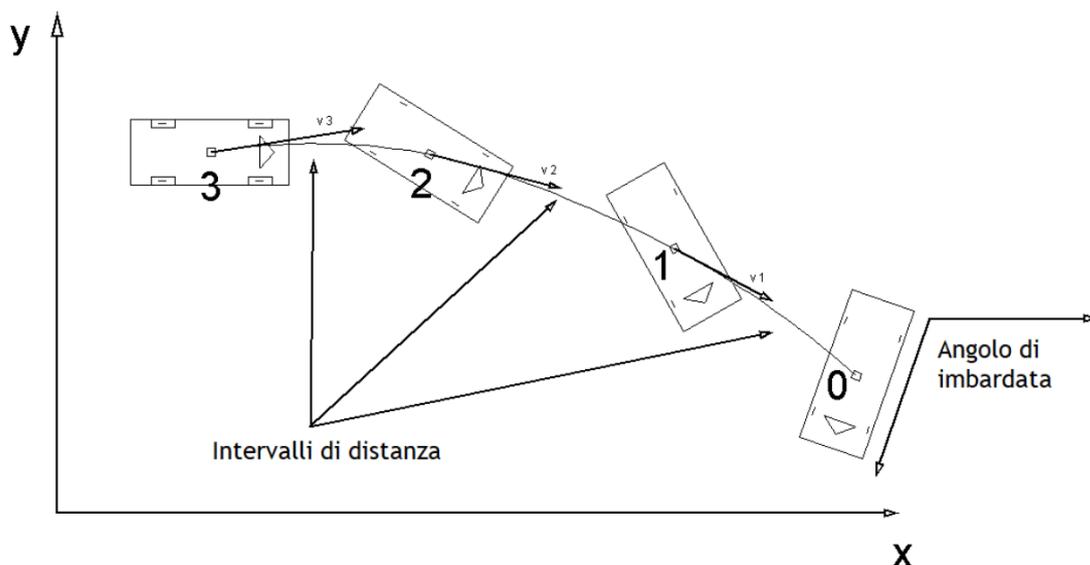
È necessario assegnare un numero di veicolo al muro o all'ostacolo e inserire la massa corrispondente nei dati del veicolo. Nella maschera di immissione dei dati geometrici è possibile selezionare "Ostacolo" come veicolo, quindi vengono caricati i dati predefiniti.

A differenza della normale analisi all'indietro, deve essere inserito il coefficiente di attrito per l'impatto con la parete. Questo metodo può sempre essere utilizzato se l'impatto è contro un oggetto verticale e la direzione dell'impatto è orientata verso il baricentro.

## COASTING ANALYSIS

### TRACKING ANALYSIS (COASTING ANALYSIS BACKWARDS)

Il metodo del tracciamento viene utilizzato soprattutto quando si può avere un'idea relativamente buona del percorso di un veicolo a causa delle tracce sul terreno.



Le posizioni intermedie sono definite a partire dalla posizione finale (0). Nella figura precedente sono state definite due ulteriori posizioni intermedie dall'inizio dell'analisi delle tracce (inizio del percorso, posizione 3). La traiettoria in tutte le posizioni deve coincidere con i punti delle tracce rilevate. La precisione viene aumentata se questo viene fatto tracciando precedentemente un "calcolo spline" invece che a vista. L'angolo di imbardata è quello formato dalla direzione della tangente alla spline nel punto considerato

L'angolo di sbandamento laterale risulta dalla relazione:  $\beta_i = \Psi_i - v_i$

$\beta_i$  ... angolo di sbandamento laterale

$\Psi_i$  ... angolo di imbardata

$v_i$  ... angolo di spostamento

Il calcolo della velocità si basa su un modello del monociclo.

Vengono calcolate le decelerazioni nelle posizioni definite. Il calcolo della variazione di velocità nella sezione avviene come una fase di accrescimento, il che significa che si assume una variazione lineare della decelerazione in ogni intervallo. La decelerazione nelle posizioni definite viene calcolata in base all'angolo di sbandamento laterale e al fattore di frenata parziale.

La formula di base per questo è la seguente

$$a_i = a_{max} (TB_i + (1 - TB_i) |\sin(\beta_i)|)$$

Questa formula si basa su una relazione lineare tra la forza di spinta laterale e la forza rotazionale. Il fattore di frenata parziale è incluso nel calcolo, indipendentemente dalla direzione. La forza di spinta laterale massima si presume che sia la stessa della forza rotazionale massima.

Questa formula può ora essere modificata assumendo una decelerazione massima diversa per le direzioni longitudinale e trasversale.

Modello lineare modificato:

$$a_i = a_{max} TB_i + a_{S_{max}} (1 - |TB_i|) |\sin(\beta_i)|$$

$$a_{max} = a_{U_{max}} \sqrt{\cos(\beta_i)^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}$$

$$a_{S_{max}} = a_{U_{max}} RV$$

$$a_{U_{max}} = 9,81 \mu_B$$

$\mu_B$  ... Coefficiente d'attrito tra pneumatici e superficie stradale

TB ... Fattore di frenata parziale

RV ... Rapporto del coefficiente di attrito: da longitudinale a trasversale = 1 : RV

u ... longitudinale

s ... trasversale

Se il fattore di frenata parziale è inserito con segno negativo, si ottiene una accelerazione.

Se si utilizza il modello lineare, il fattore di frenata parziale si verifica come somma indipendente dalla direzione.

### Modello ellittico:

In AnalyzerPro, è anche possibile utilizzare una funzione di relazione secondo l'equazione di una ellisse:

$$a_i = a_{max} \sqrt{(TB_i \cos(\beta_i))^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}$$

Per poter prendere in considerazione anche un'accelerazione in direzione longitudinale, questa formula deve essere modificata:

$$a_i = a_{U_{max}} \frac{\text{sgn}(TB_i)(TB_i \cos(\beta_i))^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}{\sqrt{(TB_i \cos(\beta_i))^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}}$$

In questa formula, il fattore di frenata parziale è correlato alla direzione longitudinale (direzione della forza rotazionale). Con piccoli angoli di sbandamento laterale e piccoli fattori di frenata parziale, la decelerazione risultante tende ad essere inferiore rispetto alla formula standard.

Nel modello ad ellisse, il fattore di frenata parziale è una variabile dipendente dalla direzione. Ciò significa che la decelerazione (accelerazione) in direzione longitudinale causata dal fattore di frenata parziale diminuisce all'aumentare dell'angolo di sbandamento laterale, mentre la decelerazione generata dalla forza laterale diventa maggiore.

---

### MODELLO LINEARE E MODELLO ELLITTICO A CONFRONTO

Un confronto tra i due modelli mostra che con gli angoli di spostamento laterale la decelerazione aumenta un po' più lentamente con il crescere dei fattori di frenata parziale.

Valori assunti per il confronto:

Coefficiente d'attrito: 0,8

Rapporto tra i coefficienti di attrito longitudinale e trasversale: 1 : 0,9

Fattore di frenata parziale	Phi (°)	a (m/s <sup>2</sup> ) modello ellittico	a (m/s <sup>2</sup> ) modello lineare
0,1	0	0,8	0,8
1	0	7,8	7,8
0	10	1,2	1,2
0,1	10	1,4	1,9
0,2	10	2,0	2,5
0,3	10	2,6	3,2
0,4	10	3,3	3,9
0,5	10	4,1	4,5
0,6	10	4,8	5,1
0,7	10	5,5	5,8
0,8	10	6,3	6,5
0,9	10	7,1	7,2
1	10	7,8	7,8
0	20	2,4	2,4
0,1	20	2,5	3,0
0,2	20	2,8	3,5
0,3	20	3,3	4,0
0,4	20	3,8	4,6
0,5	20	4,4	5,1
0,6	20	5,0	5,6
0,7	20	5,7	6,2
0,8	20	6,4	6,7
0,9	20	7,1	7,2
1	20	7,8	7,8
0	30	3,5	3,5
0,1	30	3,6	3,9
0,2	30	3,8	4,4
0,3	30	4,1	4,8
0,4	30	4,5	5,2
0,5	30	4,9	5,6
0,6	30	5,4	6,0
0,7	30	5,9	6,4
0,8	30	6,5	6,8
0,9	30	7,1	7,2
1	30	7,7	7,7
0	60	6,1	6,1
0,1	60	6,1	6,2
0,2	60	6,2	6,3
0,3	60	6,2	6,5
0,4	60	6,3	6,6
0,5	60	6,4	6,7
0,6	60	6,6	6,8
0,7	60	6,7	6,9

0,8	60	6,9	7,0
0,9	60	7,1	7,2
1	60	7,3	7,3
0	90	7,1	7,1
0,1	90		
0,2	90		
0,3	90		
0,4	90		
0,5	90	7,1	7,1
0,6	90		
0,7	90		
0,8	90		
0,9	90		
1	90	7,1	7,1

---

### CALCOLO DELLA DINAMICA DI GUIDA (COASTING ANALYSIS FORWARD)

La simulazione completa di un processo di guida necessita di un gran numero di parametri di input. Al fine di rendere il processo più valutabile, i parametri con effetti minori sulla sequenza di movimento sono più o meno diffusamente trascurati. Da tali semplificazioni dipende per quali scopi un tale modello può essere utilizzato e per quali non può essere utilizzato.

I parametri generali di ingresso sono:

- Dati ambientali, compresa l'inclinazione della strada
- Coefficiente di trazione
- Curva di separazione (diverse superfici con relativo coefficiente di attrito)
- Criteri di marcatura delle tracce
- Limite minimo di slittamento
- Fattore per l'angolo di sbandamento
- Dati del veicolo / geometria del veicolo
  - Lunghezza, larghezza, passo, sbalzo, larghezza della carreggiata
  - Posizione del baricentro
  - Peso a vuoto, peso totale ammissibile
  - Situazione di carico
  - Rigidità delle molle, rigidità a rollio, rigidità strutturale
  - Distribuzione delle forze
  - Potenza
  - Tipo di propulsione
  - Tipo di sistema frenante e distribuzione della forza frenante
  - Pneumatici
  - Capacità di carico massimo
  - Posizione dell'angolo massimo di sbandamento

- Rapporto tra coefficiente di scivolamento e coefficiente di attrito statico
- Geometria dell'asse
- Rapporto di sterzo

I parametri di ingresso dipendenti dal tempo sono:

- Impostazione dell'angolo al volante
- Forze sul pedale del freno
- Posizioni del pedale dell'acceleratore
- Coefficienti di attrito, fattori di condizione dei pneumatici e fattori di frenata parziale

Le condizioni iniziali sono:

- Velocità iniziale del baricentro del veicolo
- Posizione iniziale
- Traiettoria e angolo di imbardata
- Rapporto di imbardata

Le condizioni finali sono:

- Tempo massimo di simulazione

Proprietà del programma nella dinamica di guida:

- Viene utilizzato un modello di veicolo tridimensionale in cui, tuttavia, solo i tre gradi di libertà di movimento trasversale, longitudinale e d'imbardata sono calcolati come grandezze indipendenti e visualizzati in un piano.
- I carichi dinamici sulle ruote sono calcolati dall'accelerazione laterale e longitudinale. Il sistema sovra-determinato si risolve con l'introduzione di angoli di rollio e rigidità della molla dell'asse (distribuzione del momento di rollio).
- Le forze esterne che agiscono sul modello sono: forza peso, carichi dinamici sulle ruote, forze rotazionali, forze laterali, forze inerziali.
- È possibile specificare nel tempo le possibili forze frenanti. Possono essere inserite sotto forma di coppie di valori (forza esercitata sul pedale del freno in funzione del tempo). Allo stesso modo, le forze motrici possono essere assegnate a un determinato istante specificando le posizioni del pedale dell'acceleratore e gli angoli del volante. I valori richiesti per le fasi intermedie vengono determinati per interpolazione lineare. Fornendo informazioni sulla distribuzione della forza frenante applicata, le forze frenanti possono essere distribuite alle ruote nel rapporto corretto. La forza motrice viene distribuita specificando il concetto di trazione. Con l'aiuto del rapporto di sterzo, si possono fare valutazioni sulla velocità di rotazione del

volante. Il modello considera che lo sterzo del volante agisca sull'asse anteriore. È possibile prendere in considerazione errori di convergenza o di assetto delle ruote dovuti a deformazioni.

- Il programma ha un semplice modello di guida. Le manovre di guida possono essere eseguite specificando determinati angoli di sterzata, posizioni del pedale dell'acceleratore o del freno.
- Le forze laterali sugli pneumatici sono determinate dall'angolo di scorrimento, dal carico sulle ruote, dalla forza rotazionale e dal coefficiente di attrito. Le variabili cinematiche sono la velocità di imbardata, la velocità del baricentro, le coordinate istantanee del centro di gravità, le coordinate del punto di contatto della ruota e l'angolo di sterzata. Le forze laterali sono calcolate utilizzando la mappa (statica) degli pneumatici "IPG-Tire".
- Nel calcolo è possibile considerare un'area con diversi coefficienti di attrito. All'interno di questo coefficiente di trazione viene quindi definito un diverso coefficiente di attrito. Ad esempio, si può simulare che ci sia stata una macchia d'olio sulla carreggiata o che il veicolo abbia lasciato la carreggiata e abbia continuato il suo movimento sulla banchina in erba.
- I valori istantanei di distanza, velocità, accelerazione totale, accelerazione laterale, velocità di imbardata e angolo di percorso possono essere visualizzati in una finestra di coordinate come ausilio per la valutazione del calcolo.

---

## CONSIGLI E TRUCCHI PER LA DINAMICA DI GUIDA

Va ricordato che i calcoli della dinamica di guida si basano su un modello. Pertanto, sono possibili deviazioni dalla realtà. Tuttavia, queste possono essere ridotte al minimo attraverso un'adeguata definizione dei parametri. Si raccomanda di effettuare un calcolo su un test che si avvicina al caso da studiare così da verificare l'applicabilità del modello.

### In generale:

Il termine "sbandamento" viene utilizzato quando un veicolo esegue movimenti che non possono più essere controllati dal conducente. Lo sbandamento può essere causato da azioni del conducente senza forze esterne o da forze esterne, ad esempio in caso di collisione con un altro corpo.

Il più delle volte l'esperto deve esaminare le manovre di sbandamento dopo una collisione. In misura minore, ad esempio nella valutazione di singoli incidenti, devono essere valutati i processi di sbandamento causati da azioni del conducente.

Nello studio dei processi di sbandamento devono essere prese in considerazione diverse caratteristiche che consentono la classificazione e l'interpretazione:

Sbandamento dovuto all'azione del conducente:

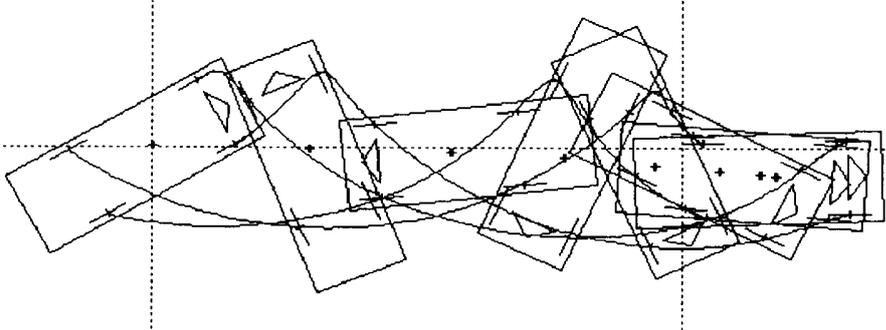
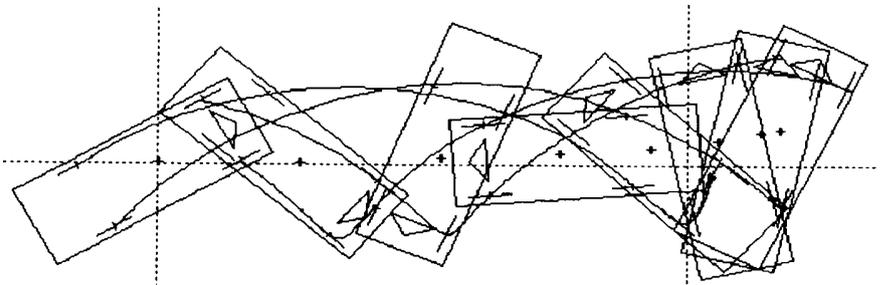
- tracce di derapata, dalle quali è possibile capire se il conducente ha anche sterzato o frenato
- Tracce di bloccaggio di pneumatici sgonfi o di cerchi, che possono essere indice di difetti tecnici.
- Procedure di deviazione, anche parziale dalla carreggiata. Differenze nei coefficienti di attrito che causano movimenti d'imbardata dovuti alla frenata.

Sbandamenti dovuti alla collisione:

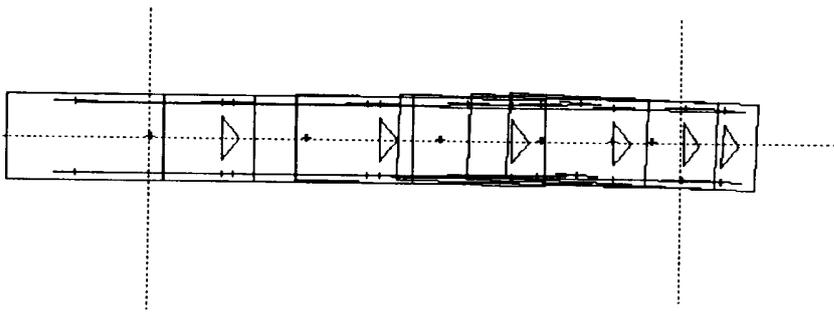
- Tracce di quasi tutte le ruote e un percorso del baricentro in gran parte rettilineo indicano che le ruote del veicolo sono state bloccate.
- Un andamento curvo del percorso del baricentro indica che nessuna o non tutte le ruote sono state bloccate.
- Nel caso di ruote non bloccate, è importante per il corretto dimensionamento delle decelerazioni sapere se la traslazione e la rotazione terminano contemporaneamente o in tempi diversi.

Le immagini seguenti mostrano esempi di simulazione matematica.

Esse hanno lo scopo di mostrare alcune differenze e fattori di base.

<p>Simulazione A: Traiettoria di sbandamento con ruote bloccate, rotazione antioraria (positiva)</p> 	<p><math>v = 40 \text{ km/h}</math>  <math>s = 11,8 \text{ m}</math>  <math>\mu = 0,8</math>  <math>a = 5,22 \text{ m/s}^2</math>  <math>t = 2,14 \text{ s}</math></p>
<p>Simulazione B: Traiettoria di sbandamento con ruote bloccate, rotazione antioraria (negativa)</p> 	<p><math>v = 40 \text{ km/h}</math>  <math>s = 11,8 \text{ m}</math>  <math>\mu = 0,8</math>  <math>a = 5,22 \text{ m/s}^2</math>  <math>t = 2,14 \text{ s}</math></p>

### Simulazione C: Frenata piena con quattro ruote bloccate

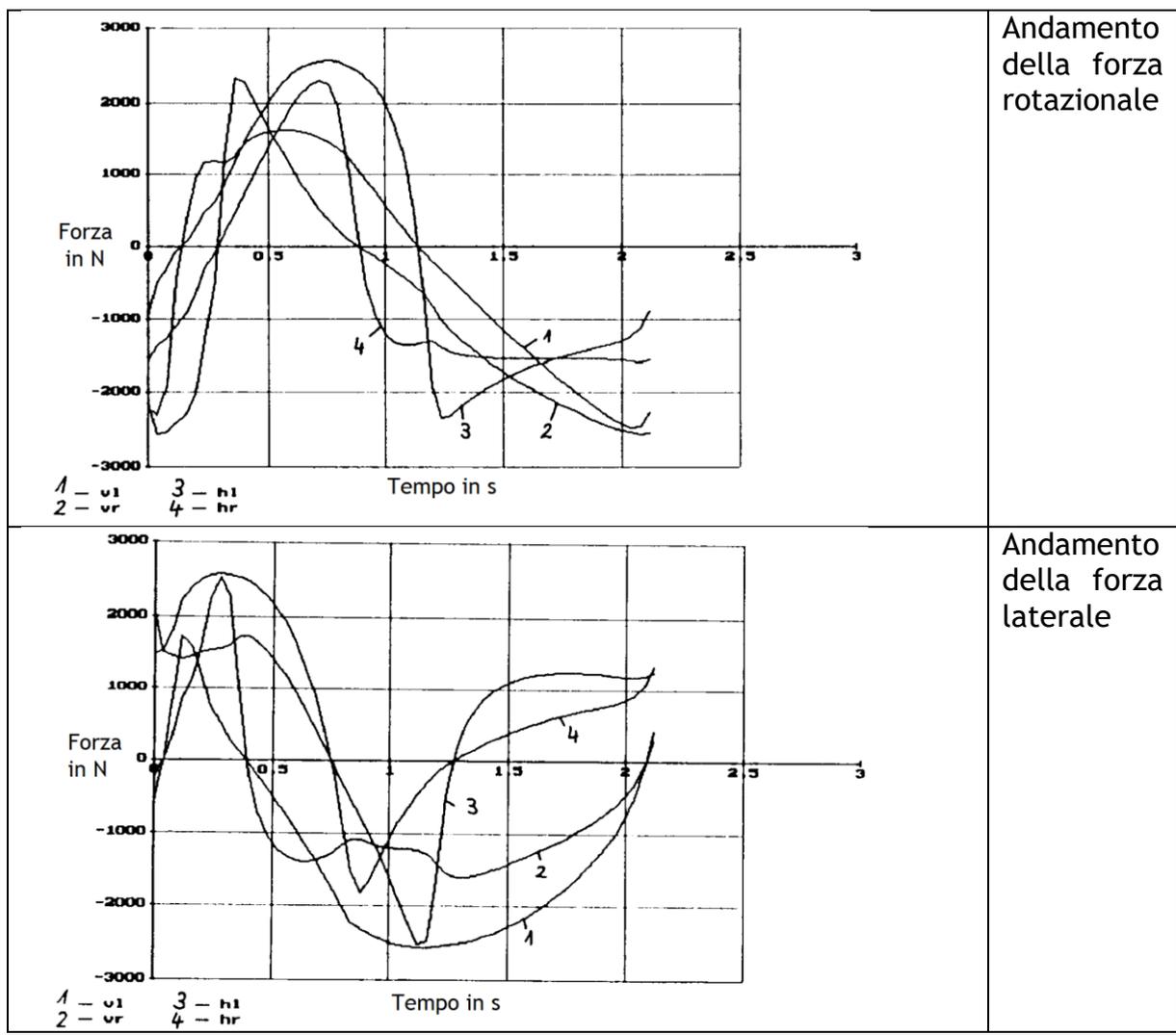
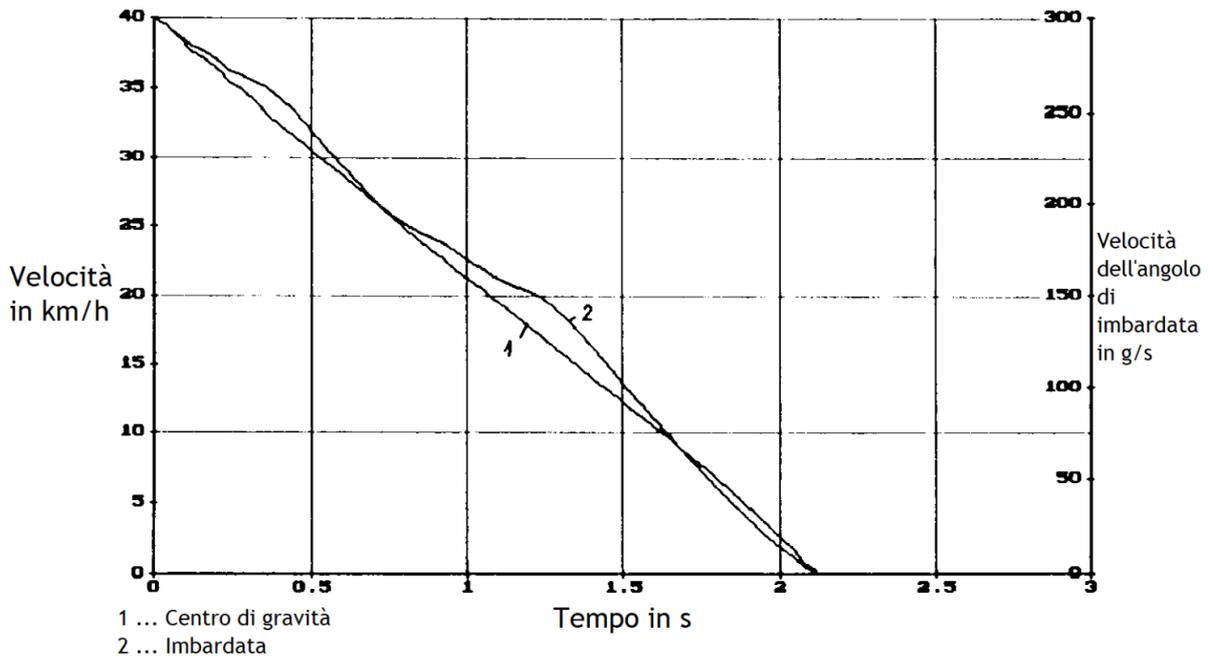


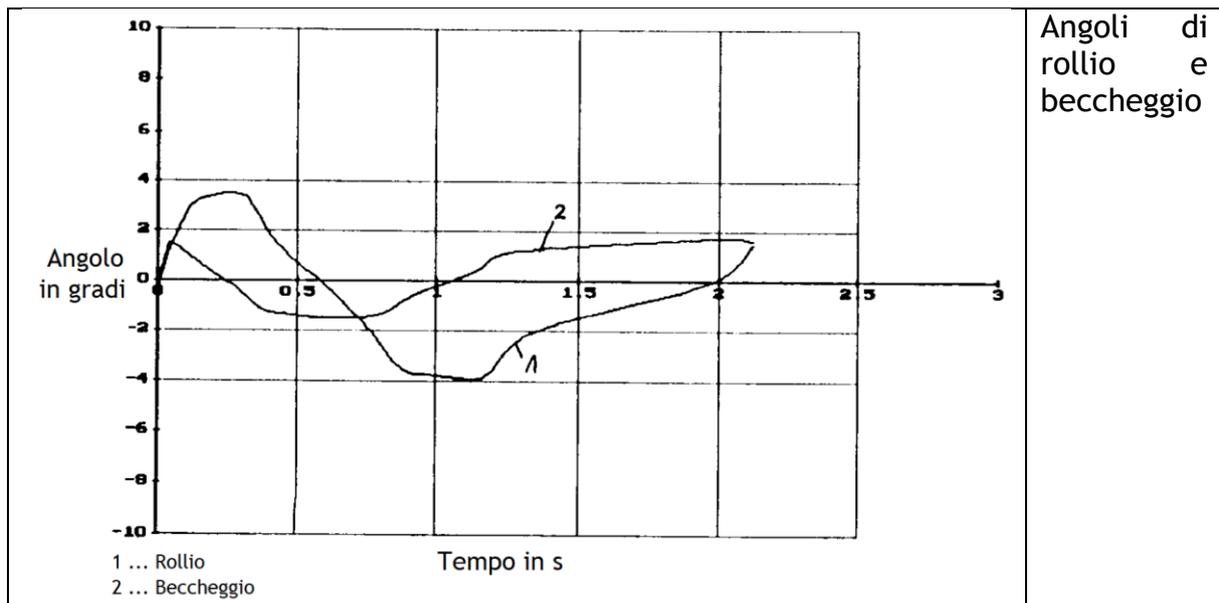
$v = 40 \text{ km/h}$   
 $s = 9,63 \text{ m}$   
 $\mu = 0,8$   
 $a = 6,39 \text{ m/s}^2$   
 $t = 1,73 \text{ s}$

Dalla rappresentazione grafica si può vedere che anche con ruote bloccate non ci si può aspettare una linea completamente dritta del baricentro che presenta una traccia di sbandamento.

Inoltre, le decelerazioni effettive in relazione alla trazione massima (qui  $\mu = 0,8$ ) non sono ridotte in modo irrilevante sia durante la frenata d'emergenza che ancor più durante lo sbandamento. Questa diminuzione è dovuta alle caratteristiche degli pneumatici in relazione alle fluttuazioni del carico sulle ruote. Il confronto della decelerazione durante la frenata d'emergenza con quella durante lo sbandamento con ruote bloccate mostra una differenza significativa. La decelerazione durante la frenata di sbandamento è inferiore di circa il 18 % rispetto alla frenata di emergenza. In generale, è consigliabile aspettarsi una decelerazione dell'80 % della decelerazione prevista durante la frenata d'emergenza se le ruote sono bloccate durante una sbandata. I diagrammi seguenti mostrano l'andamento di parametri importanti per la simulazione A. Degni di nota sono la riduzione quasi lineare della velocità del baricentro e dell'imbardata (in questo caso  $5,22 \text{ m/s}^2$  e  $140 \text{ gradi/s}^2$ ), la fase di spostamento dei valori massimi delle forze rotazionali e laterali e il fatto che gli angoli di rollio sono sempre maggiori degli angoli di beccheggio.

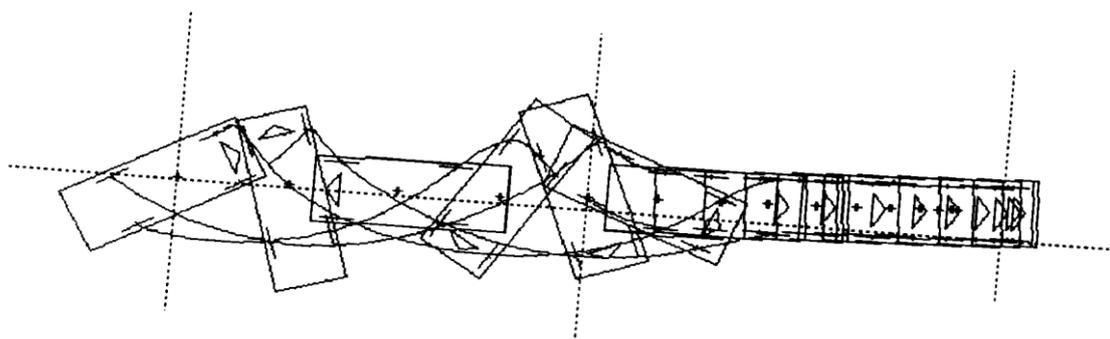
Traiettoria del centro di gravità e velocità di imbardata:



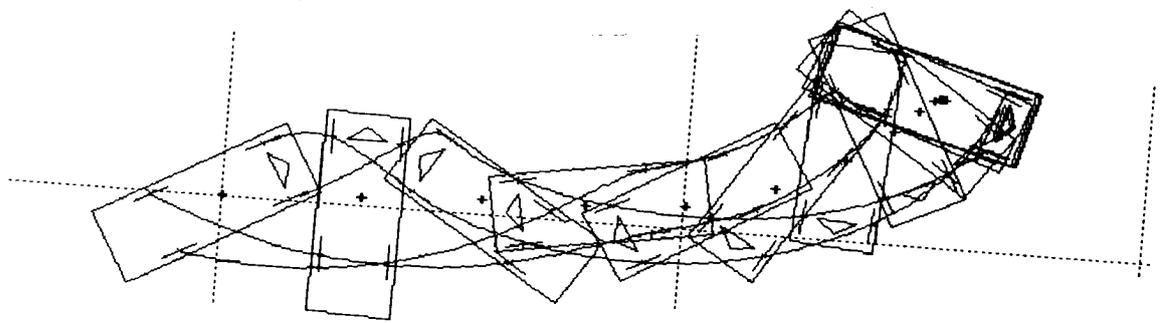


Se le ruote non sono bloccate, i movimenti del veicolo che sbanda hanno un aspetto diverso: le tracce degli pneumatici sono solo frammentarie, il percorso del centro di gravità è spesso chiaramente curvo (ruote deformate, sterzo girato), la traslazione e la rotazione non terminano di solito allo stesso tempo. I seguenti tre esempi di calcolo di simulazione mostrano i dati basilari. In particolare, nell'applicazione delle formule di approssimazione si deve tener conto del diverso processo di traslazione e rotazione.

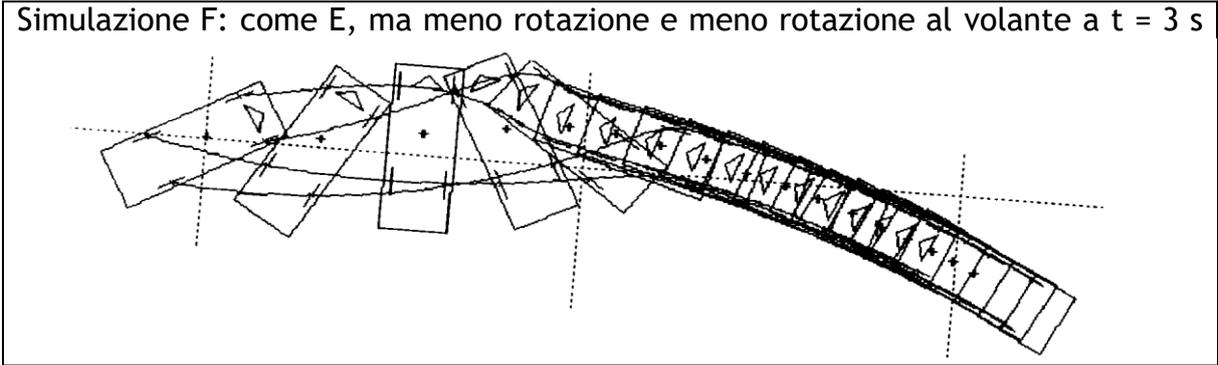
Simulazione D: Sbandamento con ruote libere, leggermente frenate



Simulazione E: come D, ma meno rotazione e frenata

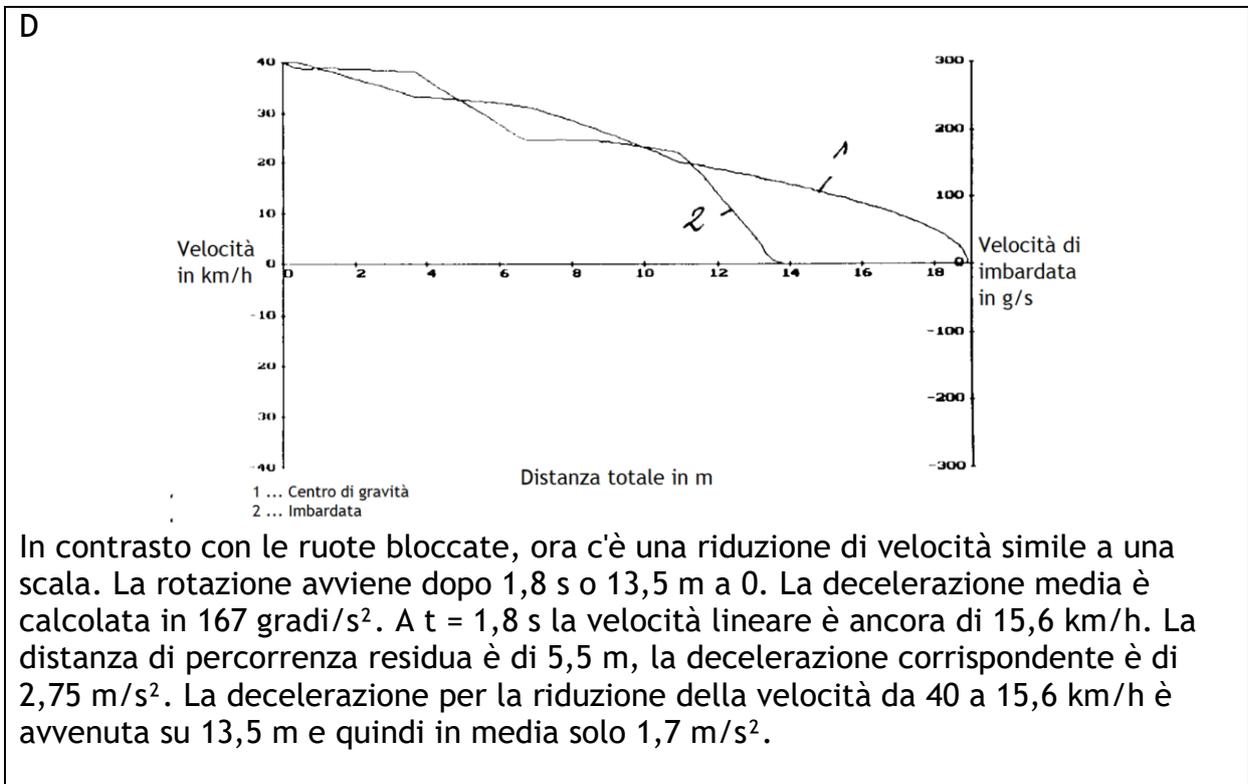


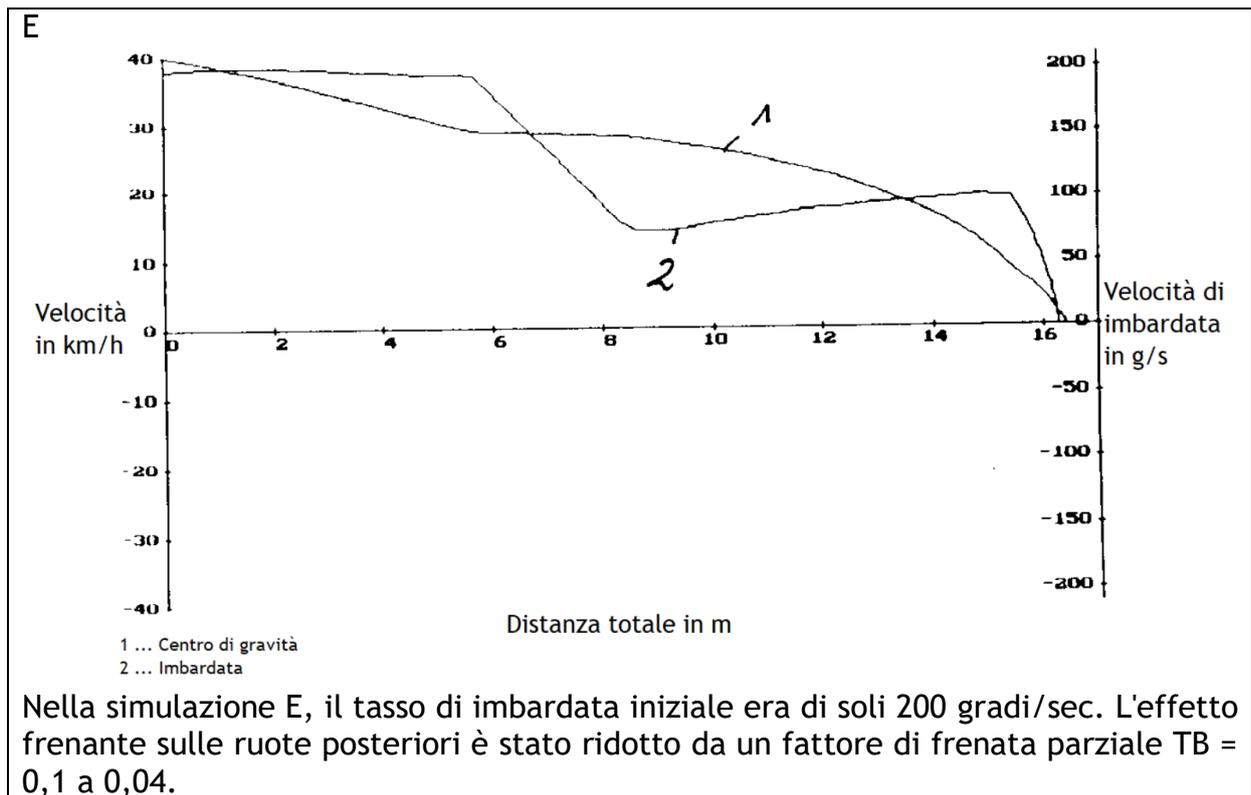
Simulazione F: come E, ma meno rotazione e meno rotazione al volante a  $t = 3$  s



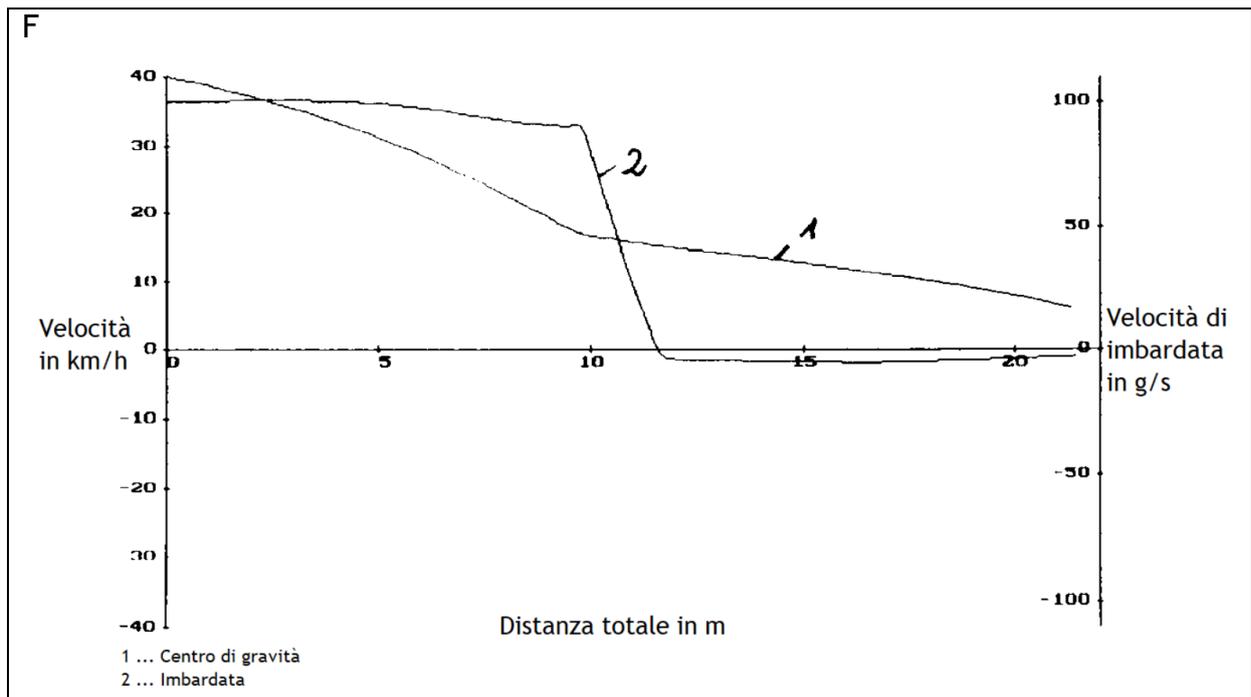
Nelle simulazioni da D a F, la velocità iniziale era di 40 km/h, la stessa delle simulazioni precedenti. Il tasso di imbardata per la simulazione D era di 300 gradi/secondo.

La riduzione delle velocità è indicata nei seguenti diagrammi:



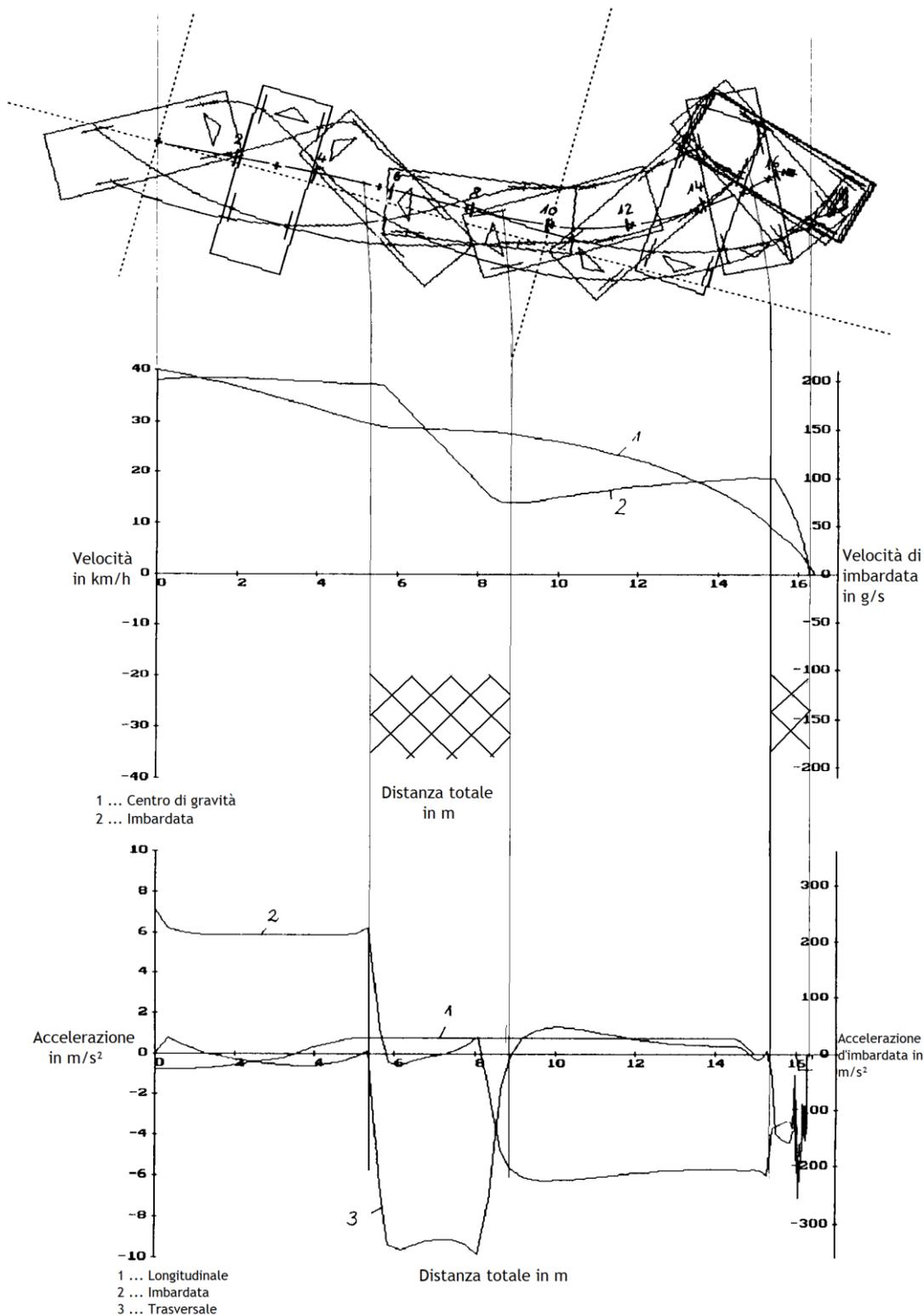


Per caso, la traslazione e la rotazione terminano quasi contemporaneamente. Le decelerazioni medie sono calcolate a  $3,8 \text{ m/s}^2$  e  $67 \text{ gradi/s}^2$ . I diagrammi della curva di velocità durante il processo di sbandamento mostrano che né la riduzione lineare né la riduzione della velocità di rotazione sono costanti. La velocità di rotazione viene ridotta a meno della metà su quasi 4 m di distanza, poi si verifica una accelerazione e poi il decremento a 0 avviene entro una distanza di circa 1 m. La decelerazione dell'imbardata raggiunge valori massimi di  $330 \text{ gradi/s}^2$ . Ciò solleva la questione di sapere a quale angolo si verifica la maggiore decelerazione dell'imbardata e quando questa è in gran parte costante o addirittura accelerata. Questo problema sarà discusso più avanti.



Nella simulazione F, il tasso di imbardata iniziale è stato ulteriormente ridotto a 100 gradi/secondo. 3 s dopo l'inizio dello sbandamento, il volante è stato girato di 90 gradi a sinistra. Sul diagramma corrispondente si vede che la rotazione si riduce a quasi 2 m di distanza, la corrispondente decelerazione dell'imbardata ha un valore massimo di 220 gradi/s<sup>2</sup> e un valore medio di 60 gradi/s<sup>2</sup>, riferito alla distanza totale durante la quale è avvenuta la riduzione. La decelerazione lineare è stata in media di 2 m/s<sup>2</sup> fino alla completa diminuzione della rotazione, poi di circa 0,9 m/s<sup>2</sup> fino all'arresto.

Se si dà un'occhiata più da vicino alla simulazione E, dove la traslazione e la rotazione terminano all'incirca nello stesso momento, si possono anche fare considerazioni su quando la velocità di rotazione si riduca e quando non lo sia. A questo scopo, il processo di sbandamento, la riduzione della velocità e le relative decelerazioni sono stati tracciati su una scala confrontabile. Da questo e da ulteriori calcoli, così come dalla valutazione dei dati di misurazione o dalla valutazione dei filmati delle prove di incidente, si può dedurre che la rotazione è ridotta principalmente ad angoli di slittamento laterale tra 0 e +/- 30 gradi. La decelerazione dell'imbardata dipende anche dal rapporto tra traslazione e rotazione.



## CALCOLO DELLE FORZE TRA PNEUMATICI E SUPERFICIE STRADALE

### INTRODUZIONE

Nella simulazione matematica, la simulazione dell'effetto delle forze nell'area di contatto del pneumatico è della massima importanza. L'industria automobilistica sta compiendo enormi sforzi per soddisfare le sempre maggiori richieste di affidabilità

dei suoi prodotti. Ciò significa che è necessario acquisire ulteriori conoscenze dettagliate sui componenti rilevanti per la sicurezza di un veicolo. Le caratteristiche del veicolo sono adattate in modo ottimale per il conducente: l'auto deve essere sempre facilmente controllabile e il suo comportamento prevedibile in tutte le situazioni. Questi requisiti possono essere riassunti sotto il termine "sicurezza dinamica di guida". Per raggiungere questo obiettivo, la stabilità di guida, lo sterzo e il comportamento in frenata devono essere coordinati. A questo scopo occorrono misure di progettazione del telaio e degli pneumatici.

Gli pneumatici svolgono un ruolo decisivo come anello di collegamento tra il veicolo e la strada. Il loro comportamento determina, in ultima analisi, il modo in cui le forze frenanti e di sterzo possono essere trasmesse.

Al fine di controllare e prevedere meglio l'influenza degli pneumatici sul comportamento del veicolo, nel corso di decenni sono stati condotti studi e misurazioni approfondite sul comportamento di guida e sono stati sviluppati programmi di simulazione. Un passo importante in queste indagini è lo sviluppo di un modello di simulazione adatto alle proprietà degli pneumatici.

Soprattutto le proprietà degli pneumatici sono molto difficili da descrivere matematicamente. Un motivo importante è che le leggi di attrito della meccanica classica (attrito secondo Coulomb) non possono essere applicate agli pneumatici come quelli utilizzati nelle automobili. La gomma non è una struttura rigida, ma ha proprietà viscoelastiche di elevata complessità. Non esiste quindi un unico coefficiente di trazione discreto tra lo pneumatico e la superficie stradale. Secondo la teoria dell'attrito della gomma, la forza d'attrito attualmente trasmessa è composta dai seguenti quattro componenti

- Componente di adesione (rottura dei legami molecolari)
- Componente di isteresi (deformazione della gomma)
- Componente viscosa (rottura dello strato viscoso nella superficie di contatto)
- Componente di coesione (perdite di energia dovute ad abrasione o fessurazioni).

La componente di adesione degli pneumatici è di primaria importanza per il movimento di guida del veicolo. Il suo massimo si verifica a velocità di slittamento molto basse. Sono presenti nella zona di slittamento di guida e di frenata durante la guida normale. È importante notare che nessuna forza viene trasmessa senza scorrimento.

Le proprietà degli pneumatici sono generalmente determinate sui banchi di prova. Le forze trasmissibili sono misurate in funzione dello scorrimento o dell'angolo di scorrimento. Hanno anche un'influenza: Condizioni della strada, stato della strada, stato del veicolo e degli pneumatici e le condizioni di guida.

Nel considerare le condizioni della strada, bisogna tener conto dei materiali utilizzati nel manto stradale, l'età del manto stradale, il carico di traffico, la stagione e la

micro e macro-ruvidità. I costruttori stradali hanno sviluppato vari metodi di misurazione per monitorare l'aderenza stradale e utilizzarli per controllare quando è necessario sostituire il manto stradale.

Lo stato della strada descrive il tipo di superficie in asfalto cioè: asciutto, bagnato, nevoso, ghiacciato o sporco.

Per quanto riguarda le condizioni del veicolo e degli pneumatici, devono essere presi in considerazione il modello, le sospensioni degli assi, le dimensioni degli pneumatici, il disegno del battistrada, la pressione di gonfiaggio degli pneumatici e altri fattori.

Le condizioni di guida dipendono dalla velocità di guida, dall'accelerazione longitudinale e laterale, dalle vibrazioni del veicolo e da tutte le attività del conducente. Hanno un effetto transitorio sul carico sulle ruote, sullo slittamento e lo sbandamento.

---

## MISURA DELLE CARATTERISTICHE DEGLI PNEUMATICI

L'uso di strumenti di prova come i banchi prova a tamburo interni o esterni e i banchi prova a nastro piano è comune per la misurazione delle proprietà e delle caratteristiche degli pneumatici. Con queste macchine, una ruota (pneumatico con cerchio) può essere premuta sul tamburo rotante o su un nastro in movimento. La ruota può essere azionata, frenata, sterzata o inclinata. Il carico sulla ruota può essere variato.

In questo modo si ottengono le tipiche curve caratteristiche che si possono vedere nei sistemi. Queste curve caratteristiche sono disponibili in forma analitica o numerica per poter essere utilizzate nei programmi di simulazione. Ci sono molti approcci diversi alla rappresentazione matematica delle proprietà degli pneumatici nella letteratura tecnica. Occorre distinguere tra soluzioni chiuse, che possono contenere numerose semplificazioni, e metodi iterativi, in cui i dati di misura sono inseriti e i valori intermedi sono determinati punto per punto.

---

## MODELLI MATEMATICI PER GLI PNEUMATICI

I modelli sostitutivi per descrivere la forza rotazionale tramite scorrimento e la forza laterale tramite sbandamento possono essere di varia complessità. Per una descrizione sufficientemente precisa delle proprietà degli pneumatici, è necessaria la rappresentazione della dipendenza della forza rotazionale trasferita in caso di scorrimento e della forza laterale dello pneumatico sull'angolo di sbandamento. Entrambi dipendono notevolmente dal carico della ruota. Pertanto, ci sono pneumatici con una determinata capacità di carico.

La capacità di carico degli pneumatici è definita nella designazione dello pneumatico. Qui troverete anche informazioni sulla variazione della capacità di carico degli pneumatici in funzione della pressione interna. In via approssimativa, si può dire che ogni variazione di pressione di 0,1 bar comporta una variazione di 100 N della capacità di carico degli pneumatici.

Il profilo della forza laterale dello pneumatico sullo sbandamento dipende fortemente dalla struttura dello pneumatico, ma anche dal carico della ruota, dalla pressione interna dello pneumatico e dalla inclinazione della campanatura. La difficoltà risiede nella simulazione matematica di questa curva caratteristica.

---

## MODELLAZIONE

Prima di creare un modello, occorre decidere quali fattori e influenze devono essere presi in considerazione e quali non si prevede che abbiano un effetto significativo e stabile sul modello in relazione alla presente problematica. Nella loro forma semplificata, i modelli di questo tipo possono aiutare a restringere le aree critiche per poi concentrarsi sulle questioni rilevanti.

Le proprietà degli pneumatici possono essere rappresentate in diversi modi ed elaborate anche in programmi:

- Rappresentazione tramite tabelle
- Rappresentazione grafica
- Rappresentazione per formule

Le prime due opzioni sono piuttosto difficili da utilizzare. La valutazione può richiedere molto impegno o non essere accurata, specialmente con i grafici. La terza possibilità, tuttavia, offre la migliore gestione, ovvero l'uso di una formula chiusa.

Nel caso di una decisione a favore della formula, si può scegliere tra:

- Formule contenenti serie, ad esempio approcci di Fourier o polinomi di nono grado.
- Formule che contengono funzioni speciali del modello.

L'uso delle righe presenta alcuni svantaggi:

- Molti coefficienti sono necessari per adattare una curva chiusa ad un insieme di dati.
- L'estrapolazione oltre l'intervallo da considerare può comportare deviazioni molto ampie.
- I coefficienti in genere non descrivono le misure in modo riconoscibile che consenta di modificare i valori in modo controllato e mirato

Il modo migliore per evitare questi svantaggi è quello di utilizzare una funzione di modello adattata al problema. Grazie alla sua particolare struttura, dovrebbe essere in grado di descrivere i dati misurati con grande precisione. Inoltre, dovrebbe avere parametri relativi alle dimensioni tipiche dei dati misurati.

Per poter elaborare più facilmente i dati registrati e consentire una simulazione rapida e semplice dei valori misurati al computer, il modello di pneumatico dovrebbe essere in grado di descrivere in particolare quanto segue:

- La forza circonferenziale  $F_x$  in funzione dello slittamento  $X$
- La forza laterale  $F_y$  in funzione dell'angolo di slittamento  $\alpha$
- La coppia autoallineante  $M_z$  in funzione dell'angolo di slittamento  $\alpha$

Il modello deve soddisfare i seguenti requisiti:

- Deve essere in grado di descrivere un comportamento stazionario e dinamico.
- I coefficienti devono essere facilmente ricavabili dalle misurazioni.
- Deve essere fisicamente significativo, cioè i parametri devono descrivere i parametri caratteristici dello pneumatico al fine di trarre conclusioni sul comportamento di stabilità modificandoli.
- Il numero di parametri non deve essere troppo grande perché la formula sia compatta e facile da usare.
- Il modello deve riprodurre accuratamente i valori misurati.

La creazione di un modello matematico degli pneumatici è in ogni caso un compito molto difficile, motivo per cui AnalyzerPro utilizza il modello "IPG-Tire" della IPG di Karlsruhe. Questa azienda ha un'intensa collaborazione con l'Università di Karlsruhe e fornisce modelli degli pneumatici a molti dipartimenti di ricerca e sviluppo dell'industria automobilistica in tutto il mondo. Il modello di pneumatico è stato adattato in modo che solo quei valori sono necessari come input che sono a disposizione degli esperti o possono essere facilmente stimati. Questi valori sono: Capacità di carico, rigidità laterale e rapporto tra attrito radente e statico. Il modello di pneumatico IPG-Tire è descritto di seguito nelle sue caratteristiche complete.

## MODELLO DI PNEUMATICO

### PRINCIPI TEORICI

La qualità di un modello di pneumatico dipende essenzialmente da come con precisione, con quale sforzo e in quale gamma operativa è possibile simulare le reazioni dei pneumatici e approssimarne le caratteristiche. L'approssimazione delle caratteristiche degli pneumatici e il modello dell'equivalenza fisica dello slittamento e dell'angolo di slittamento sono importanti basi teoriche dell'IPG-Tire.

Oltre alle reazioni statiche del pneumatico, IPG-Tire determina anche il comportamento dinamico orizzontale. A questo scopo, il profilo ribassato del pneumatico viene modellato.

---

## RIPRODUZIONE DELLE CARATTERISTICHE DELLO PNEUMATICO

Il modello di pneumatico calcola l'angolo di slittamento, lo slittamento e il carico della ruota in base alle condizioni cinematiche del cerchio e restituisce il vettore di reazione associato a questo punto operativo dalla forza laterale, dalla forza circonferenziale durante l'accelerazione o la coppia di frenata.

Le relative dipendenze

- Forza di guida laterale in funzione dell'angolo di scorrimento, del carico sulle ruote e del parametro aggiuntivo opzionale  $z$ ,
- Forze circonferenziali in funzione dello scorrimento, del carico sulle ruote e  $z$ ,
- Coppia autoallineante in funzione dell'angolo di scorrimento, del carico sulle ruote e  $z$

sono determinati in una serie di misurazioni. Ciò significa che le singole misurazioni discretizzate sono disponibili in un campo di misura limitato, mentre il programma di simulazione richiede informazioni continue in qualsiasi campo di carico. Pertanto, una simulazione è possibile solo quando le serie di dati singoli sono disponibili in forma analitica, cioè come funzioni continue. A causa della relativa mancanza di conoscenza delle cause fisiche e della complessità del verificarsi delle reazioni degli pneumatici, è adatta una procedura matematica per la determinazione di queste funzioni, in cui sono incluse le informazioni disponibili sulla fisica degli pneumatici.

Un processo adattato alle diverse proprietà degli pneumatici per autovetture e autocarri in termini di qualità e resistenza è l'uso di spline interconnesse e definite a livello locale per ottenere caratteristiche simili a quelle degli pneumatici. Il loro comportamento di deformazione corrisponde a quello di una trave flettente montata senza momenti alle estremità. Ciò garantisce sezioni di ingresso e di uscita prive di curvatura e - a differenza di quanto rappresentato da un unico polinomio di alto ordine - un'energia minima di curvatura della linea di riferimento.

Quest'ultimo può essere facilmente controllato dal numero di funzioni da applicare in modo che trovare la soluzione ottimale per la rispettiva traccia non sia un problema. A differenza, ad esempio, degli approcci parabolici, il carattere della curva di approssimazione non è predeterminato. L'unica specifica fatta selezionando le spline come curve di approssimazione è la necessaria replica delle curve originali. Tuttavia, questa specifica non è una limitazione se si conosce la fisica di base del comportamento dello pneumatico.

Occorre quindi determinare un numero predefinito di coefficienti che determinano le ripercussioni dei singoli polinomi sulla curva analitica. In caso di approssimazione, per ogni curva

$$y_i = f(x_i), i = 1 \dots m$$

la soluzione di un sistema di equazioni nella forma:

$$(A^T A)c = A^T y$$

E' da determinare, per ogni curva, la soluzione di un sistema di equazioni della forma, dove A è una matrice di frequenza (Dimensione n,m con  $n < m$ ) con il metodo e la distribuzione dei punti di dati in contenuto x-dipendente. Se  $n=m$ , c'è l'interpolazione, cioè la rappresentazione analitica contiene tutti gli  $y(x)$  noti. Se c'è una distribuzione equidistante per x, A dipende solo dal metodo, così definito, e un'inversione ai fini della soluzione secondo c può essere definita analiticamente.

Nel caso generale, tuttavia, una griglia di partenza

$$x_{i,j} = 1 \dots n < m$$

è predefinito e racchiude le misure. In IPG-TIRE, la distribuzione della griglia viene automaticamente adattata al gradiente della curva da simulare. Pertanto, non è necessario alcun intervento dell'utente per determinare i coefficienti.

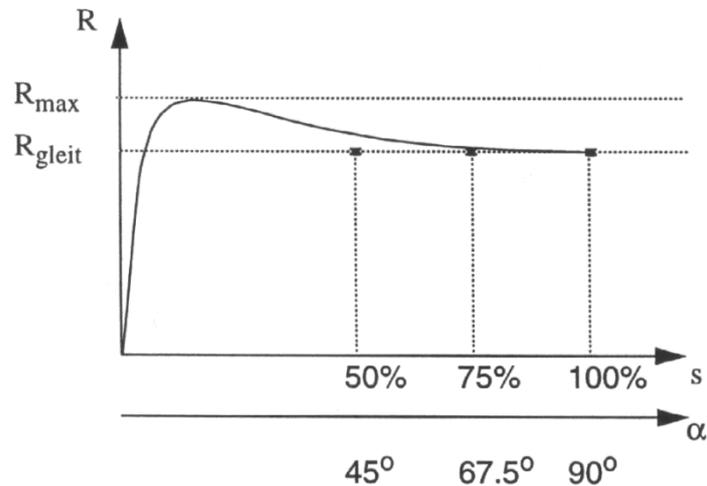
L'operazione descritta viene eseguita successivamente prima per  $x =$  angolo di slittamento, poi per  $x =$  carico della ruota e infine, come desiderato, per  $x=z$  (vedi Approssimazione per adattamento).

---

## APPROSSIMAZIONI DELL'AREA DI SLITTAMENTO

A causa della difficile misurazione delle caratteristiche degli pneumatici nella zona di scorrimento, le misurazioni sono spesso interrotte dopo il massimo. I set di dati di origine sono quindi privi di dati triplici, cosicché non è possibile ottenere un'approssimazione delle curve caratteristiche nell'intero campo di lavoro possibile senza maggiori precauzioni. Tuttavia, poiché è fondamentale auspicabile eseguire simulazioni anche nell'area di scorrimento, l'intervallo noto è integrato da una sezione di curva caratteristica con una curva presunta.

Un'aggiunta plausibile è possibile, poiché è noto l'andamento generale delle caratteristiche degli pneumatici nell'intera gamma da  $0 < s < 1$  e  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ : Dopo il massimo, la curva scende, attraversa un punto di svolta e diventa parallela all'asse  $s$  o  $\alpha$ .



La posizione delle parallele è definita in IPG-Tire da:

$$R_{slide} = \frac{\mu_{slide}}{\mu_{static}} R_{max}$$

$\mu_{slide}$  ... Coefficiente di attrito dinamico

$\mu_{static}$  ... Coefficiente di attrito statico

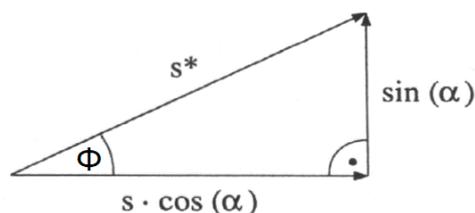
$R_{slide}$  ... Forza di reazione o momento di reazione per grandi valori di slittamento o angoli di slittamento

$R_{max}$  ... Valore massimo della forza di reazione o della coppia di reazione

L'adattamento della spline di mappatura della curva caratteristica alla curva principale si ottiene aggiungendo valori di supporto.

### APPROCCIO DI EQUIVALENZA PER SLITTAMENTO E ANGOLO DI SLITTAMENTO

Il modello dello pneumatico si basa sull'ipotesi fondamentale che lo scorrimento longitudinale  $s$  e l'angolo di scorrimento  $\alpha$  portino ad un carico di scorrimento totale  $s^*$ , che può essere rappresentato dalla relazione geometrica rappresentata.



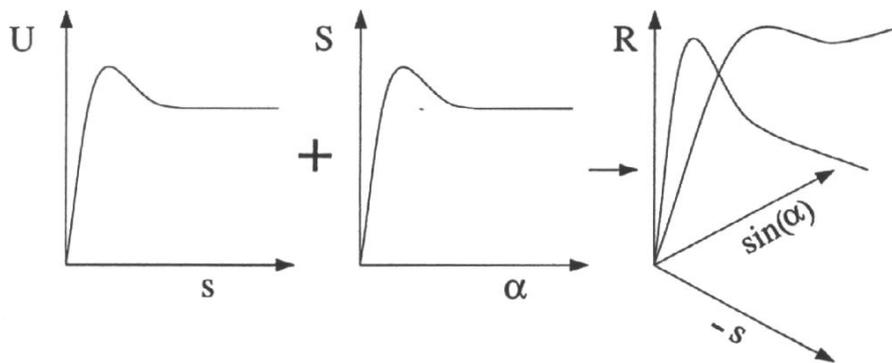
Lo slittamento  $s^*$  che rappresenta il carico totale dello pneumatico è quindi il risultato dell'operazione vettoriale:

$$s^* = \sqrt{((\sin(\alpha))^2 + s^2(\cos(\alpha))^2)}$$

L'angolo di trazione corrispondente  $\Phi$  è determinato da:

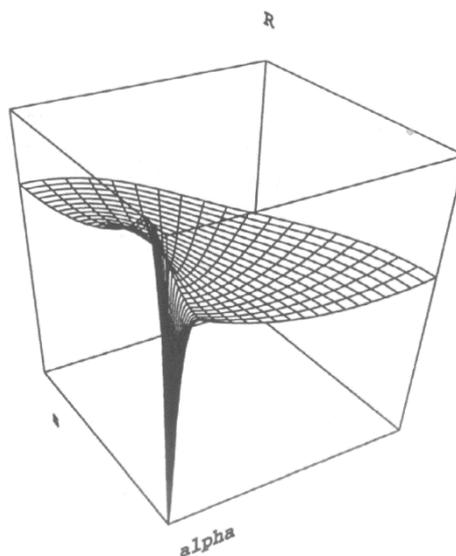
$$\phi = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{s^*}\right)$$

Una trasformazione in un sistema di coordinate polari viene eseguita per riprodurre il campo operativo reale che si trova tra gli assi a cui si applica  $\alpha = 0$  o  $s = 0$ . La rinuncia ai dati sperimentalmente determinati degli pneumatici in quest'area rende il modello economico ed evita la sovradeterminazione dei parametri del modello (l'asse  $s = 0$  è determinato da mappe di carico puro e da ellissi di trazione).

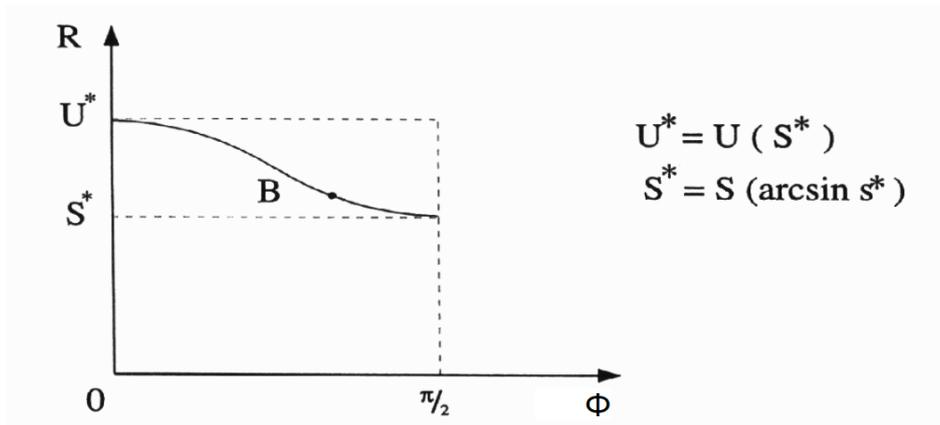


Il nuovo sistema di coordinate polari è costituito da  $-s$  e  $\sin \alpha$  nel piano di base e dalla variabile di reazione  $R$  come asse verticale. Nelle due superfici di confine ( $x = 0$  e  $s = 0$ , rispettivamente) la forza circonferenziale e la forza laterale, rispettivamente, sono mappati come erano originariamente noti per misura, e ora per approssimazione. Queste due curve caratteristiche sono collegate da un approccio analitico per mezzo di una superficie curva tridimensionale. Questo segue alcune leggi fisiche come la continuità, la consistenza e la simmetria.

Pannello di attrito: forza di reazione risultante  $R$  ( $\alpha$ ,  $s$ ) per un carico medio della ruota:



Determinazione del processo di reazione per  $0 < \Phi < \pi/2$ :



Il vero punto di lavoro, contrassegnato da  $s \neq 0$  e  $\alpha \neq 0$ , si trova ora sotto forma di una forza di reazione che può essere suddivisa in  $U$  e  $S$  sulla curva di intersezione di un cilindro verticale (raggio  $s^*$ ) con questa superficie tridimensionale.

In questo modo la forza di reazione  $R$  può essere determinata nel punto di lavoro  $B$  e scomposta nei suoi componenti  $U$  e  $S$  tramite  $\Phi$ .

In linea di massima la stessa procedura viene utilizzata per calcolare le coppie auto-allineanti sotto carico misto. Si presume che non si verifichino coppie auto-allineanti con carico a slittamento puro ( $\alpha = 0$ ).

Il modello è ancora incompleto per le forze circonferenziali, poiché le forze motrici e frenanti devono essere incluse nel calcolo in vari modi. Manca un secondo quadrante, che consente una variazione di  $s$  nell'intervallo di  $-1 \dots +1$  e da  $\Phi$  nel campo  $0 \dots \pi$ . Tutte le misure non disponibili a questo scopo sono automaticamente determinate nel programma da una trasformata di similitudine rispetto alle curve note.

---

## LA DIPENDENZA DAL CARICO SULLA RUOTA

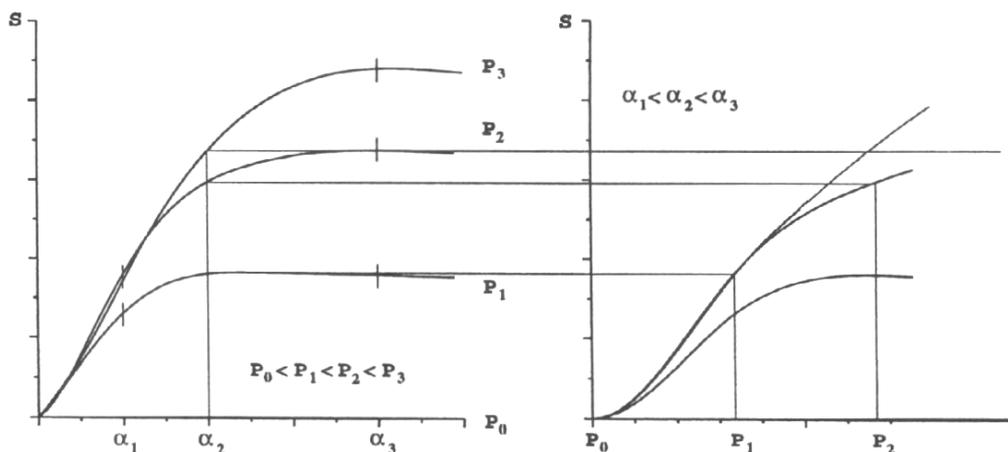
Con lo sviluppo dell'approccio di equivalenza tra angolo di slittamento e slittamento, è possibile rappresentare analiticamente la dipendenza della forza circonferenziale e laterale o la coppia auto-allineante sugli angoli di slittamento e dello slittamento che si verificano simultaneamente. La corrispondente superficie netta della superficie netta della torta d'attrito illustra questo concetto.

In ogni caso, le dipendenze sono note solo per i carichi delle ruote per i quali sono state misurate e approssimate le curve caratteristiche. Per l'applicabilità universale del modello di pneumatico, tuttavia, è necessario passare da piani di rete con carico ruota costante ad una rappresentazione continua del carico delle ruote. A tal fine, l'approccio spline unidimensionale utilizzato per la rappresentazione delle curve caratteristiche  $S(\alpha)$ -,  $U(s)$ - e  $M(\alpha)$  (con carico ruota approssimativamente costante in ogni caso) deve essere esteso ad un approccio bidimensionale per la rappresentazione delle curve caratteristiche  $S(\alpha,P)$ -,  $U(s,P)$ - e  $M(\alpha,P)$ .

Fino ad ora, il vettore del coefficiente  $c$  per un determinato carico ruota  $P$  è stato determinato in base alle spline di ogni curva caratteristica. La dipendenza originariamente misurata può essere rappresentata anche sotto forma di coefficienti di spline per lo scorrimento o per l'angolo di scorrimento. Il passaggio ad una rappresentazione bidimensionale si ottiene tracciando i coefficienti di tutte le spline sul terzo asse del sistema di coordinate (carico della ruota  $P$ ). Nella direzione di  $P$ , questi coefficienti possono essere interpolati da spline, che rappresentano la relazione tra i coefficienti delle spline unidimensionali e quindi delle curve originali di qualsiasi carico della ruota.

Una sezione perpendicolare al piano  $S(\alpha)$ , che è il limite laterale della torta d'attrito per  $s=0$ , illustra l'aspetto delle singole curve  $S(P)$ . I valori della forza laterale per i diversi carichi della ruota vengono letti dal diagramma ad angolo di slittamento costante e trasferiti ad un diagramma della forza laterale (carico della ruota). La dipendenza costante ricercata della forza laterale dal carico della ruota a  $\alpha$  costante si ottiene per interpolazione della spline tra i punti.

Determinazione delle caratteristiche dei pneumatici con qualsiasi carico sulle ruote:



Per carichi ruota prossimi allo zero, la curva segue un andamento che cambia all'asse ( $S=0, -P$ ) a  $P=0$ . Questa forma è imposta dall'inserimento automatico di una curva caratteristica artificiale orizzontale ( $P=0, S=0$ ) nel diagramma  $S(\alpha)$ .

Allo stesso modo vengono determinate anche le dipendenze forza circonferenziale - slittamento - carico ruota e coppia autoallineante - angolo di slittamento - carico ruota. Utilizzando l'approccio dell'equivalenza, è possibile determinare la torta d'attrito per qualsiasi carico della ruota. In questo modo, la mappatura completamente costante del comportamento del pneumatico viene realizzata in tutti i possibili punti di lavoro reali

---

## HORIZONTAL DYNAMIC MODULE

Il comportamento di un sistema meccanico può in alcuni casi essere descritto in buona approssimazione da equazioni algebriche. Nella maggior parte dei casi, si devono applicare delle equazioni differenziali; gli stati osservabili che il sistema attraversa in un periodo di tempo non devono quindi essere considerati come punti di funzionamento isolati. Essi dipendono dalla situazione precedente e non possono essere approssimati da mappe fisse misurate.

Nel caso degli pneumatici, ciò è dovuto principalmente a processi di trasporto; malfunzionamenti o suggerimenti devono passare attraverso il “Latsch” per poter avere un impatto completo. La misurazione di tali fenomeni è estremamente dispendiosa in termini di tempo - anche la misurazione statica completa dello pneumatico fornisce un gran numero di mappe riproducibili indipendentemente. Le ulteriori variazioni di velocità di variazione dei parametri di misura e le rispettive combinazioni non solo causano problemi dovuti all'inadeguatezza dell'equipaggiamento degli strumenti di misura, ma comportano anche un onere sproporzionato per un modello di pneumatico in termini di gestione dei dati. Pertanto, si segue sempre il percorso di una descrizione analitica più o meno approssimata ed efficace del comportamento fisico.

La modalità d'azione corrispondente dell'IPG-Tire (comportamento orizzontale a seguito di parametri di ingresso variabili nel tempo) sarà dimostrata di seguito.

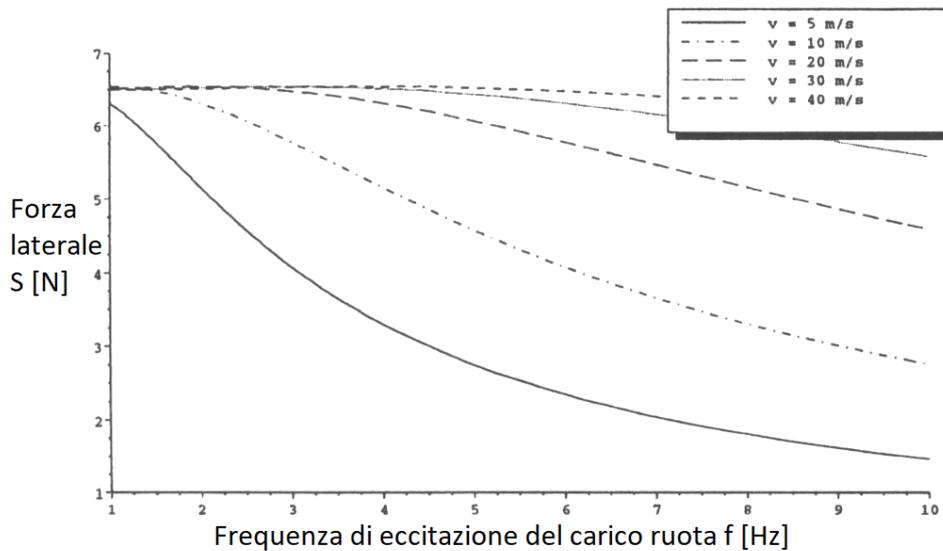
Sia la derivazione analitica di modelli complicati che l'osservazione selettiva e l'estrapolazione dei risultati portano ad una formula differenziale relativamente semplice, che già permette di ottenere una simulazione notevolmente migliore rispetto al calcolo stazionario.

L'influenza della dinamica orizzontale viene spiegata utilizzando l'esempio della costruzione ritardata della forza laterale come risposta ad un cambiamento dell'angolo di slittamento. Assumendo basse deviazioni dalla posizione di riposo, cioè un carico relativamente basso del pneumatico nella direzione studiata trasversalmente al piano principale, si arriva alla seguente correlazione tra le forze laterali  $S$  e l'angolo di slittamento  $\alpha$ :

$$S + T\dot{S} = S_{stat}(\alpha, P, s, \dots)$$

Questo è un'equazione differenziale di primo ordine, che contiene come parametro libero la forza guida laterale incognita  $S$  e la sua prima derivata temporale  $\dot{S}$ . Un sistema che segue tale equazione è definito con il termine passa-basso. Il comportamento del sistema di un passa-basso corrisponde alla risposta in frequenza indicata di seguito.

Comportamento a passa basso di un pneumatico:



Se c'è una sollecitazione costante - questo è il lato destro dell'equazione - cioè l'angolo di scorrimento è costante, il comportamento del sistema può essere facilmente esaminato. In questo caso più semplice, lo stato stazionario, non ci sono cambiamenti nel sistema dipendenti dal tempo e la suddetta correlazione si riduce all'equazione del modello stazionario.:

$$S = S_{stat}$$

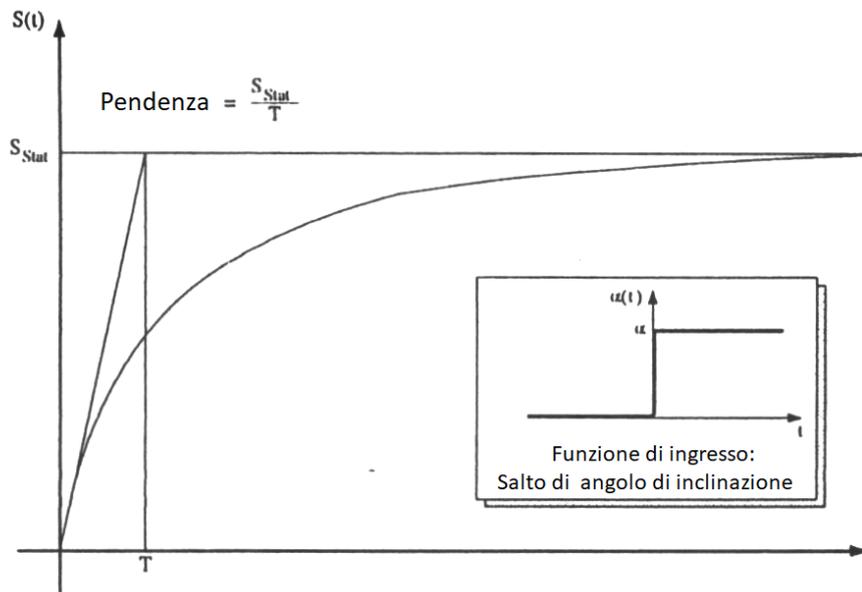
il cui lato destro può essere identificato da misurazioni stazionarie.

La risposta di un tale sistema a stimoli arbitrari può essere rappresentata analiticamente. In particolare, la risposta al salto dell'angolo di scorrimento può essere determinata dall'approccio esponenziale:

$$S(t) = S_{stat} (1 - e^{-tT})$$

La forza laterale si avvicina asintoticamente allo stato stazionario.

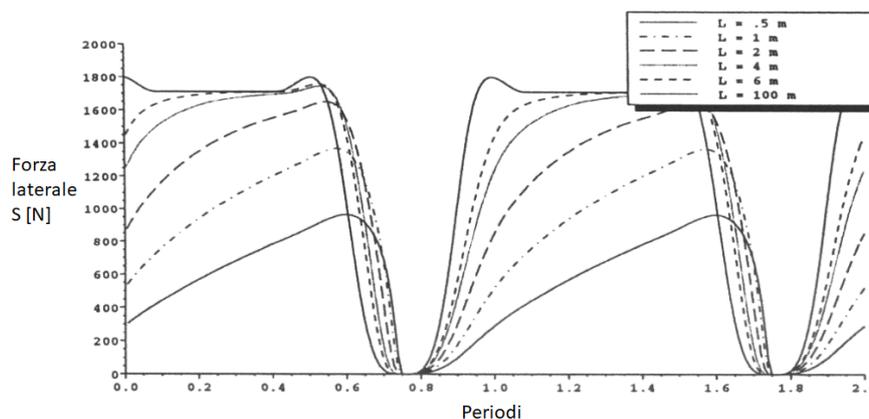
Costruzione della forza laterale in risposta ad un salto dell'angolo di inclinazione:



L'alta qualità della riproducibilità della struttura transitoria mostra la risposta all'eccitazione armonica del carico della ruota. Una fluttuazione armonica dell'ampiezza del carico statico di base viene sovrapposta ad un carico costante della ruota, in modo che il carico verticale del pneumatico varia da 0 a due volte il carico statico. Ad angolo di slittamento costante, anche la forza laterale si sviluppa periodicamente, ma fortemente distorta. In particolare, il valore medio della forza di guida laterale dipende fortemente dalla lunghezza d'onda  $L$  dell'eccitazione del carico sulla ruota.

Il calcolo di questo effetto da parte di IPG-Tire corrisponde non solo qualitativamente ma anche quantitativamente alle misurazioni corrispondenti. Tale mappatura realistica del comportamento transitorio del pneumatico si ottiene considerando le diverse dipendenze tra la lunghezza di distensione e il carico del pneumatico. Se il carico della ruota sta diminuendo, ad esempio, deve anche andare verso lo zero, altrimenti il filtro passa-basso fornirebbe comunque forze laterali anche senza trazione, a causa del carico precedente..

Reazione della forza laterale all'eccitazione armonica del carico della ruota:



Questa breve discussione dovrebbe essenzialmente trasmettere la seguente visione: il comportamento statico e dinamico può essere osservato e replicato separatamente, almeno in modo approssimativo. Nel modello semplice di cui sopra deve essere determinata solo la costante di tempo  $T$  per simulare il comportamento temporale, mentre il comportamento stazionario deve essere verificato con le consuete misurazioni secondo il lato destro delle equazioni.

A causa di questa considerazione, la dinamica orizzontale è stata considerata in IPG-Tire in questo modo modulare. Dopo l'approssimazione stazionaria in seguito alle misurazioni, le forze degli pneumatici  $S$  e  $U$  vengono gestite secondo l'equazione differenziale di cui sopra. Deve essere nota solo la costante di tempo  $T$ . Una serie di misurazioni e i risultati di lavori su modelli fisici complessi suggeriscono che questi possono essere determinati dal diametro della ruota e dalla velocità di rotazione istantanea della ruota. È stato dimostrato che con la risposta a passo lo stato stazionario viene sempre raggiunto dopo una frazione costante di giro della ruota. La corrispondente porzione di circonferenza della ruota è chiamata lunghezza di rilassamento. Questa frazione deve essere specificata nel set di dati del pneumatico. Un valore standard è di circa 0,5 per le forze laterali e 0,05 per le forze circonferenziali.

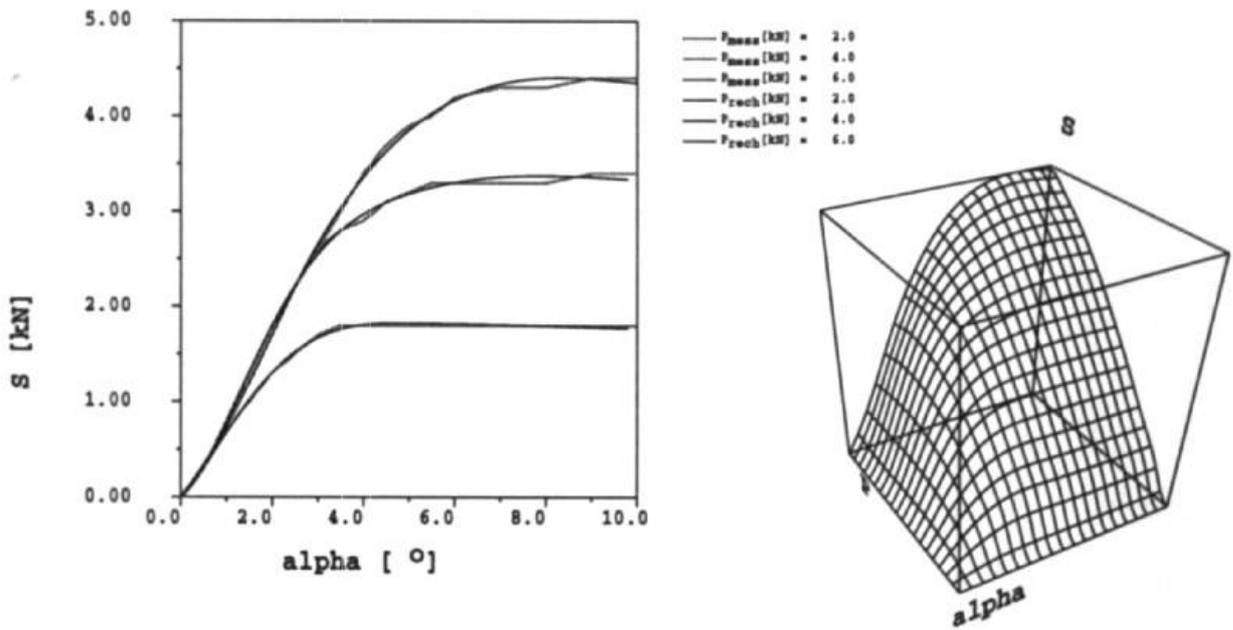
IPG-Tire successivamente tiene automaticamente conto del fatto che questa frazione dipende dal carico, il che significa, ad esempio, che con l'aumentare dell'angolo di inclinazione e del relativo scorrimento, il  $L_{relax}$  diventa più piccolo. Se le costanti menzionate sono impostate a 0, il modello calcola esclusivamente in modo statico.

Il successivo approccio dinamico orizzontale ha portato ad un modello il cui comportamento stazionario può essere ottimizzato e il cui comportamento temporale nel campo di carico inferiore si sta già avvicinando bene alle condizioni reali.

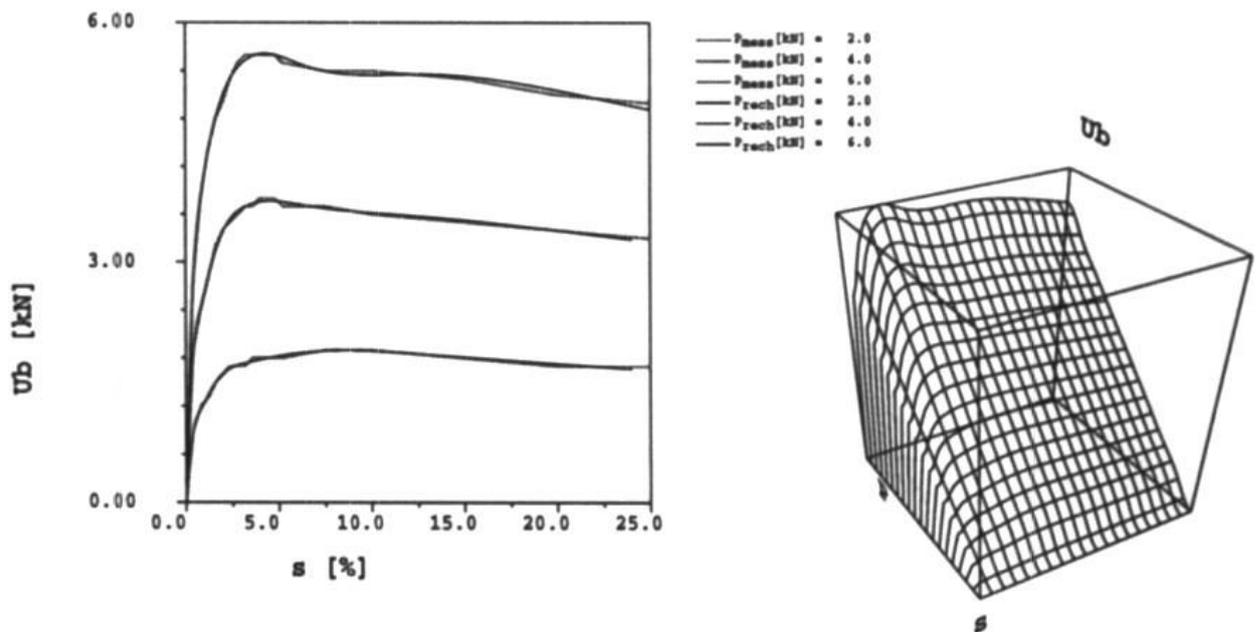
A causa dell'ordine ridotto dell'equazione differenziale, si deve ammettere che le vibrazioni della cintura non possono essere considerate - il valore è quindi ulteriormente limitato alla gamma di frequenza inferiore a 40Hz. D'altra parte, la vantaggiosa possibilità di risolvere le equazioni differenziali dei pneumatici separatamente dal nucleo dell'equazione differenziale del resto del sistema del veicolo è stata creata proprio da questa riduzione, a vantaggio dell'uso flessibile del modello negli ambienti più diversi.

## APPROSSIMAZIONE DEI PNEUMATICI CON „IPG-TIRE“

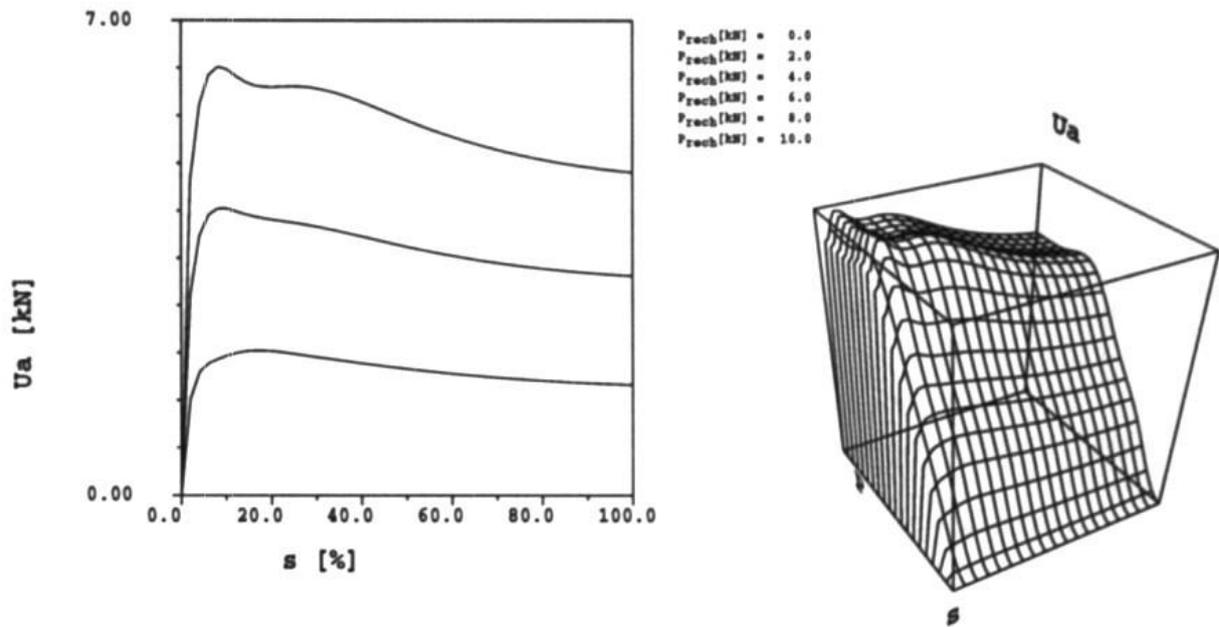
Curve caratteristiche  $S(\alpha, P)$  misurate e calcolate:



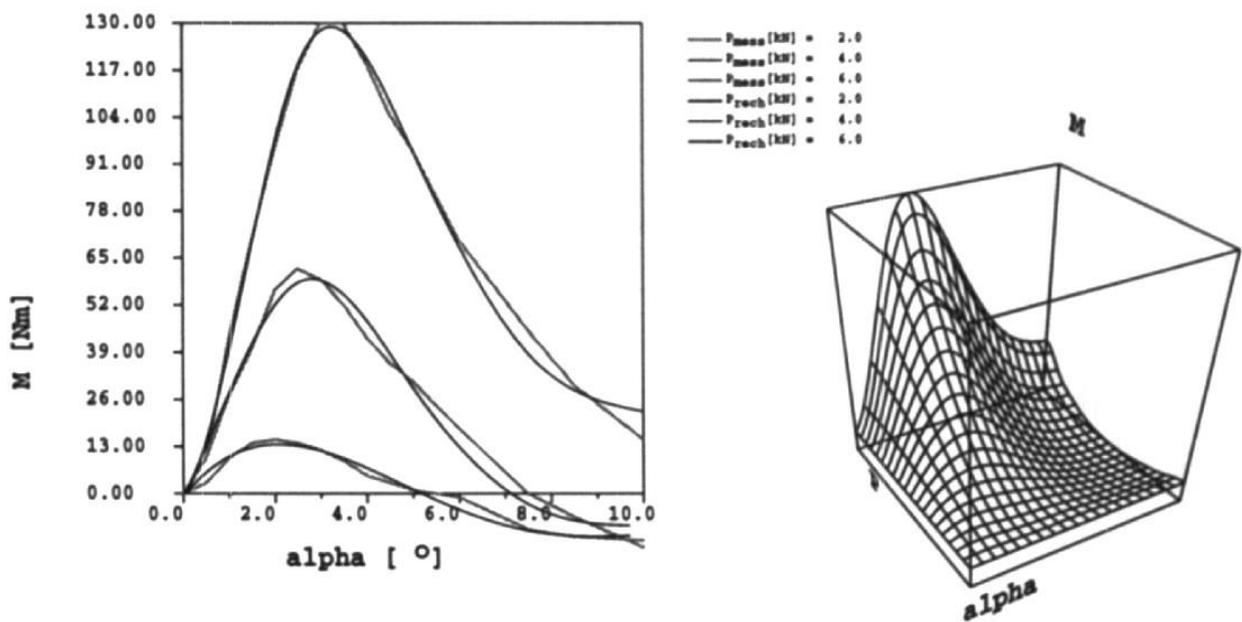
Curve caratteristiche  $U_b(s, P)$  misurate e calcolate:



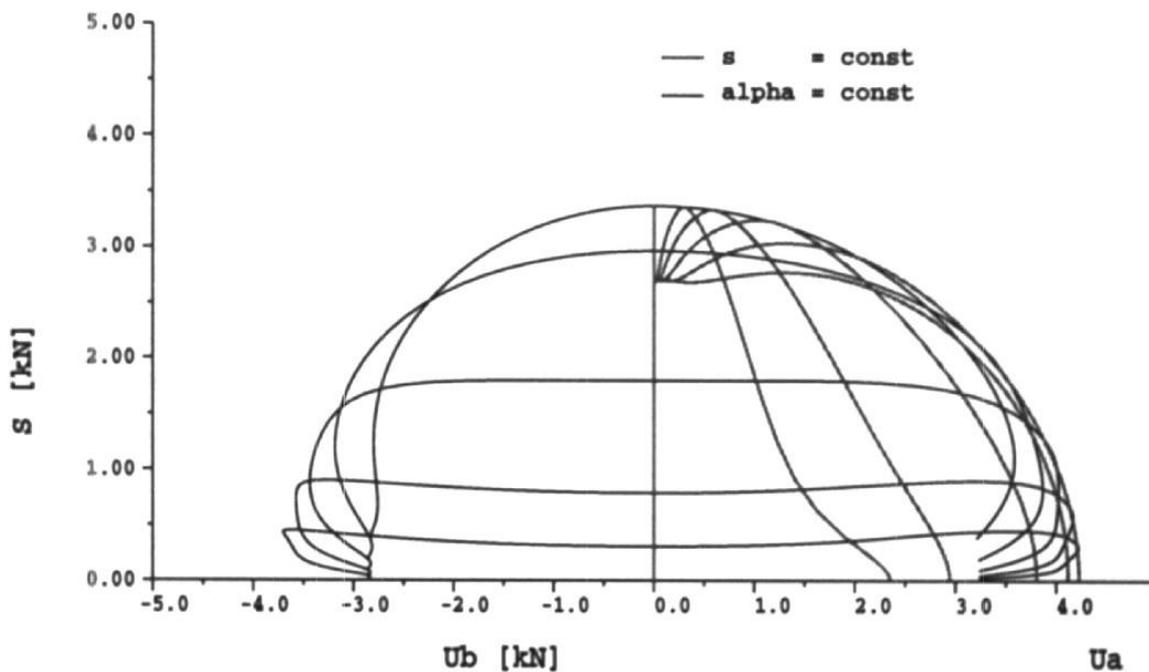
Caratteristiche  $U_a(s,P)$  determinate mediante trasformazione di similitudine:



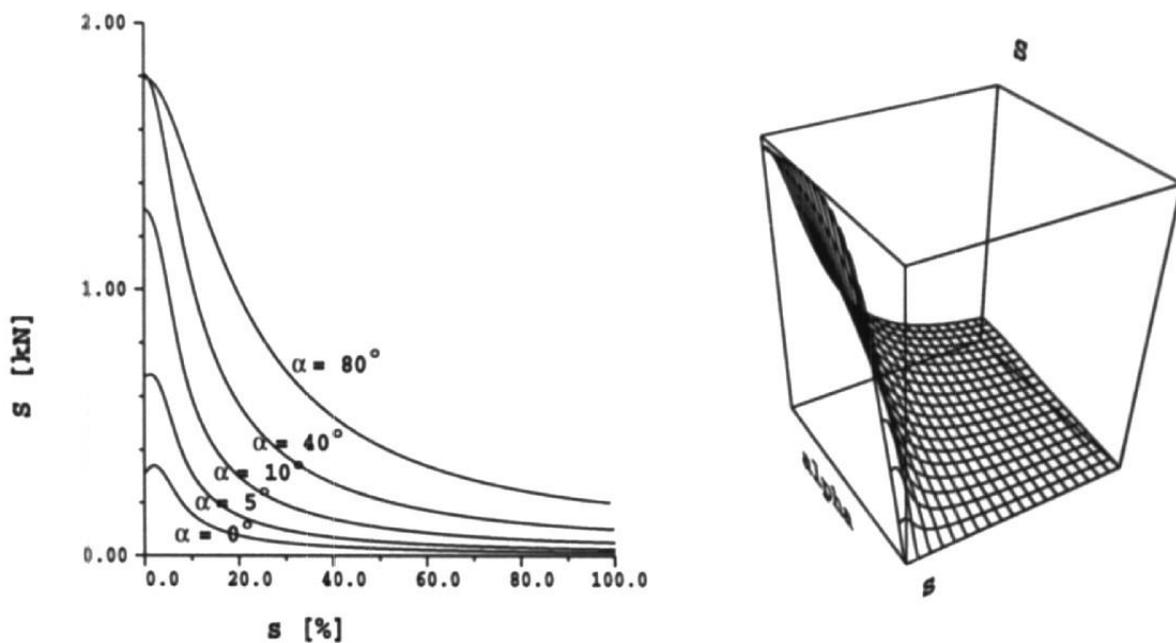
Curve caratteristiche  $M(\alpha, P)$  misurate e calcolate:



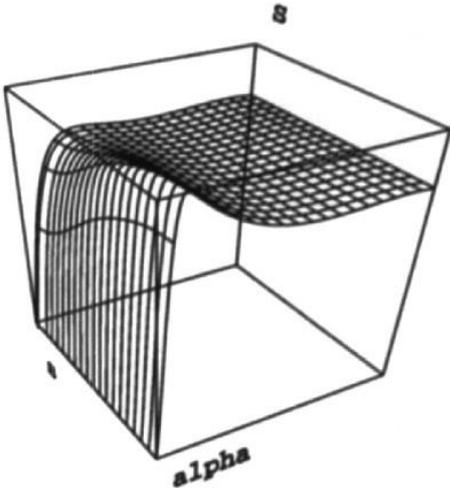
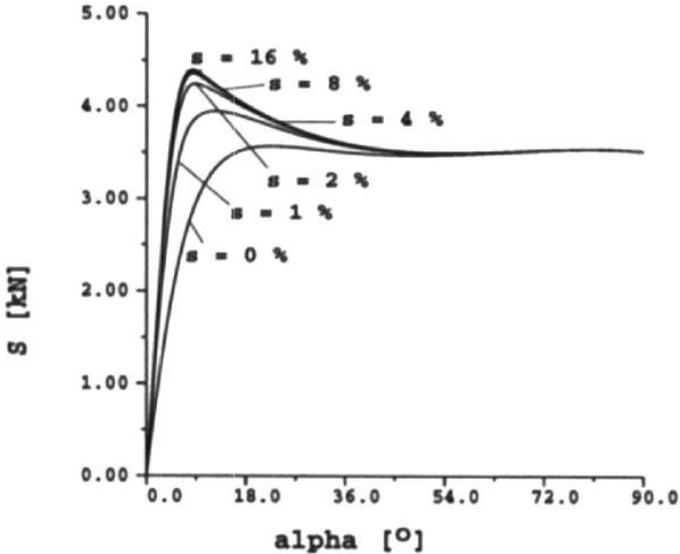
Curve di trazione  $S(U)$ ,  $P=4\text{kN}$ :



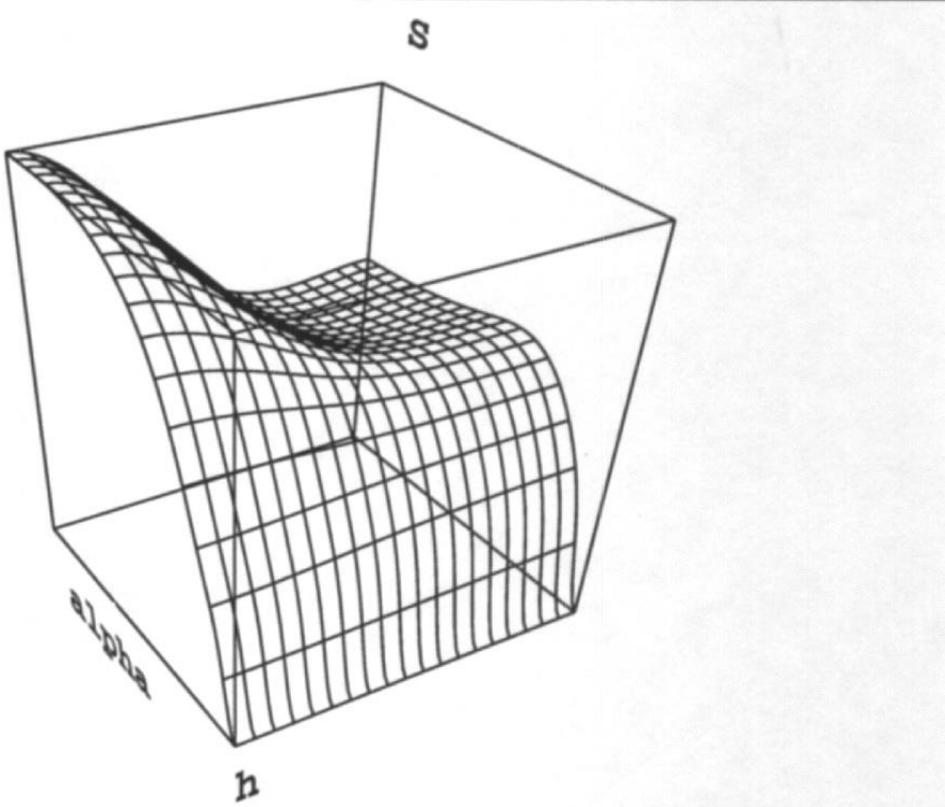
Curve di trazione  $S(U)$ ,  $\alpha = \text{cost}$ :



Curve di trazione  $S(U)$ ,  $s = \text{cost.}$ :



Approssimazione multidimensionale: forza laterale in funzione dell'angolo di slittamento e dell'altezza  $h$  di un film d'acqua sul manto stradale a carico costante della ruota:



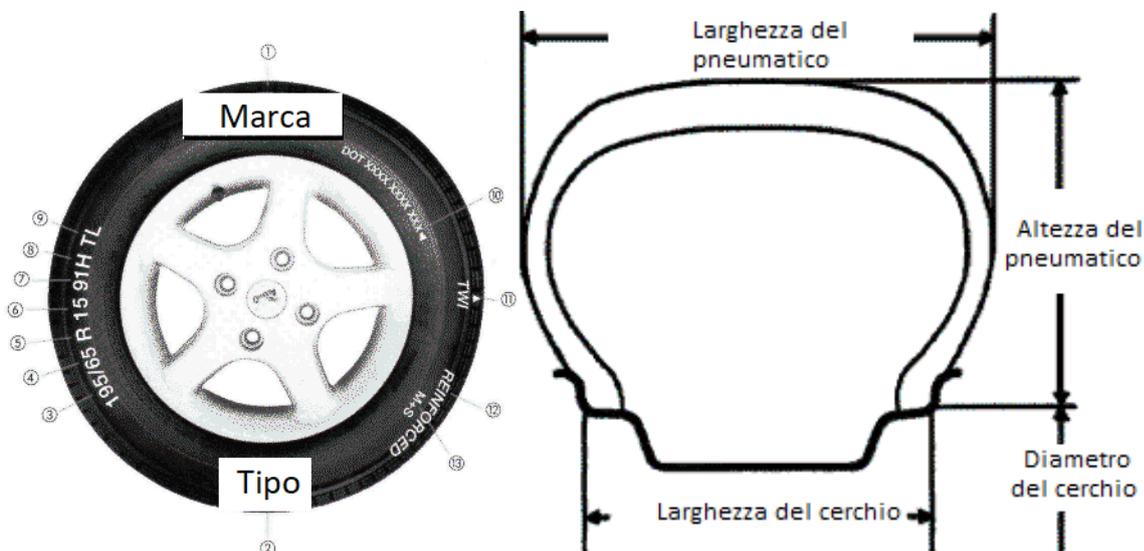
---

## ALTRA LETTERATURA

- Schieschke, R. - RALPHS - ein effizientes Rechenmodell zur Ermittlung von Reifenkräften auf physikalischer Basis - Automobil-Industrie 4/86
- Schieschke, R.; Gnadler, R. - Modellbildung und Simulation von Reifeneigenschaften - VDI-Berichte 650, VDI-Verlag Düsseldorf 1987
- Schieschke, R. Wurster, U. - IPG-Tire - ein umfassendes, effizientes Reifenmodell zum Einsatz in Simulationsumgebungen Automobil-Industrie 5/88
- Schieschke, R. - Zur Relevanz der Reifendynamik in der Fahrzeugsimulation - VDI-Berichte 778, VDI-Verlag Düsseldorf 1989
- Schieschke, R. - The Importance of Tire Dynamics in Vehicle Simulations - 9th Annual Meeting and Conference on Tire Science and Technology - March 20-21, 1990 in Akron, Ohio
- Schieschke, R. - The Relevance of Tire Dynamics in Vehicle Simulations - XXIII FISITA Congress - May 7-11, 1990 in Torino, Italy
- Schieschke, R. - Reifendynamik, Fahrzeugstabilität und Allradlenkung - eine Unterschulung mit IPG-TIRE - Automobil-Industrie 3/91
- Schieschke, R.; Hiemenz, R. - The Decisive Role the Quality of Tyre Approximation Plays in Vehicle Dynamics Simulations Proceeding 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis held in Delft, the Netherlands, October 21-22, 1991 Supplement to Vehicle System Dynamics, Volume 21
- Schieschke, R. - Zusammenwirken von Reifendynamik und Allradlenkung zur Verbesserung der Fahrzeugstabilität - Tagung: Allradlenksysteme bei Personalwagen - Haus der Technik, Essen, 3-4. Dezember 1991
- Wang, Y,Q.; Gnadler, R.; Schieschke, R. - Two-Dimensional Contact Area of a Pneumatic Tire Subjected to a Lateral Force Vehicle System Dynamics to be published

---

## DIMENSION DATA



- 1 Larghezza dello pneumatico
- 4 Rapporto altezza-larghezza
- 5 Disegno dello pneumatico
- 6 Diametro del cerchio
- 7 Indice di carico (LI)
- 8 Simbolo di velocità (GSY, detto anche "Speedindex")

Per esempio: 195/65 R 15 91H

195	Larghezza dello pneumatico	195 mm
65	Fianco dello pneumatico	127 mm
15	Diametro del cerchio	381 mm
$2 * (195*65\%) + 381$	Diametro dello pneumatico	635 mm
91	Indice di capacità di carico (LI)	618 kg
H	Indice di velocità	210 km/h

Indice di velocità	[km/h]
M	130
N	140
P	150
Q	160
R	170
S	180
T	190
U	200
H	210
V	240
W	270
Y	300
ZR	> 240

Dimensioni Pneu. =

1. Asse: 205 / 50 R 17

2. Asse: 205 / 50 R 17

3. Asse: 205 / 50 R 17

	1	2	3	
larghezza del	20,5	20,5	20,5	cm
Altezza del fianco (A)	10,3	10,3	10,3	cm
Diametro del cerchio (B)	43,2	43,2	43,2	cm
Diametro pneumatico (C)	63,7	63,7	63,7	cm
circonferenza del	200,1	200,1	200,1	cm

## INDICE DI CARICO



L'indice di carico indica quanto carico può sopportare il singolo pneumatico. Il carico per asse degli assi anteriore e posteriore è indicato nei documenti del veicolo. Lo pneumatico deve avere una capacità di carico superiore al carico per asse/2 (poiché sono montate due ruote per asse).

Indice di carico	N								
50	1900	60	2500	70	3350	80	4500	90	6000
51	1950	61	2570	71	3450	81	4620	91	6150
52	2000	62	2650	72	3550	82	4750	92	6300
53	2060	63	2720	73	3650	83	4870	93	6500
54	2120	64	2800	74	3750	84	5000	94	6700
55	2180	65	2900	75	3870	85	5150	95	6900
56	2240	66	3000	76	4000	86	5300	96	7100
57	2300	67	3070	77	4120	87	5450	97	7300
58	2360	68	3150	78	4250	88	5600	98	7500
59	2430	69	3250	79	4370	89	5800	99	7750
								100	8000

Calcolo della capacità di carico dall'indice di carico:

$$T [kg] = 45 \cdot \sqrt[80]{10^{I_{dc}}}$$

Influenza della velocità sulla capacità di carico:

La capacità di carico degli pneumatici V, W e Y dipende dalla velocità massima del veicolo, gli pneumatici V fino a 210 km/h, gli pneumatici W fino a 240 km/h e gli pneumatici Y fino a 270 km/h hanno la capacità di carico massima assegnata al pneumatico. A velocità superiori a 210 km/h, 240 km/h o 270 km/h, la capacità di carico del pneumatico diminuisce continuamente, per questo motivo è necessario utilizzare sempre pneumatici sufficientemente dimensionati.

## COLLISIONI IN SERIE (MODULO)

### CAMBIO DELLA VELOCITÀ DEL VEICOLO

In caso di tamponamento o collisione seriale, si verifica di solito un urto con un'ampia sovrapposizione. Inoltre, le velocità di collisione sono interessanti solo in caso di piccole variazioni di velocità (meno di 20 km/h). In questi incidenti è sufficiente partire dalle equazioni per l'impatto centrale diretto.

Soprattutto con questi piccoli cambiamenti di velocità, che sono legati alla soglia per le lesioni della colonna vertebrale cervicale, è particolarmente importante considerare la forza di attrito delle ruote durante il periodo di maggior sollecitazione. Anche stime approssimative delle forze esercitate dall'impatto e dalla forza degli pneumatici mostrano che una trascuratezza porterebbe a commettere errori. Le equazioni quindi utilizzate per il principio della quantità di moto lineare sono le seguenti:

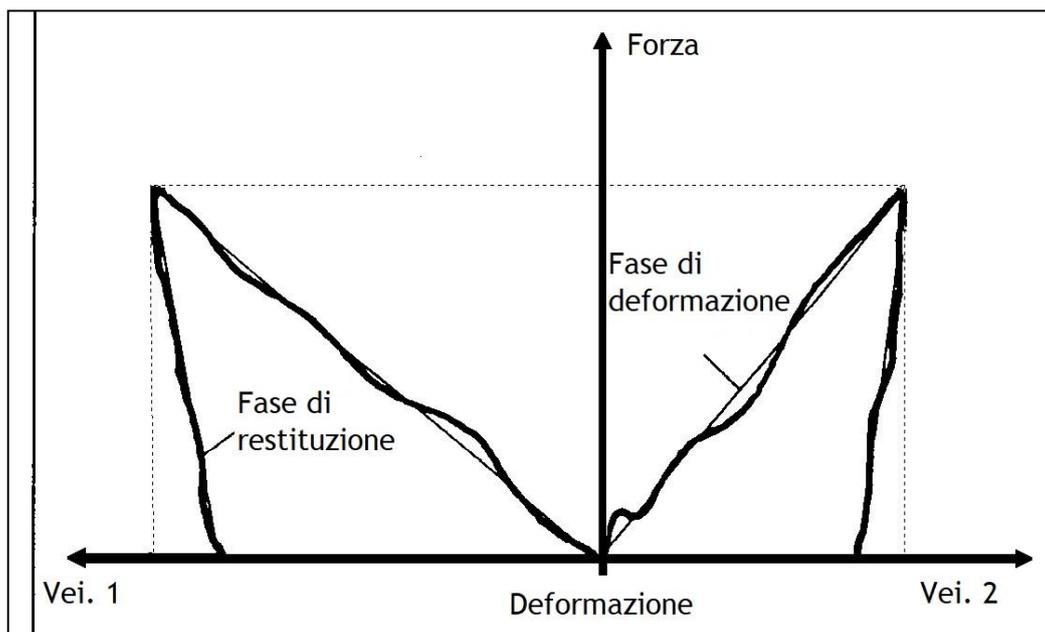
Quantità di moto prima dell'urto - quantità di moto dopo l'urto = variazione della quantità di moto dovuta alla forza d'attrito sulle ruote (forza d'urto FI)

Questa forza è efficace durante il tempo di compressione  $t_{K0}$  e il tempo di restituzione  $t_{Re}$ .

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 - (m_1 v'_1 + m_2 v'_2) = (m_1 a_1 t_{K01} + m_2 a_2 t_{K02}) + (m_1 a_1 t_{Re1} + m_2 a_2 t_{Re2}) = FI$$

In generale, i tempi  $t_{K0} + t_{Re}$  possono essere considerati gli stessi per entrambi i veicoli. Solo se un veicolo si ferma o cambia direzione prima della fine della fase di collisione sono necessarie distinzioni di casi

Caratteristiche e tendenza di forza - distanza - deformazione assunte in questo caso:



Se si esegue una linearizzazione, esiste una correlazione tra forza e deformazione o andatura di restituzione analoga a quella di una molla elastica. Tuttavia, la rigidità strutturale delle fasi è diversa. Pertanto, in generale, vale quanto segue:

$$F = f s = -m a = -m \ddot{s}$$

$$\Rightarrow \ddot{s} + \frac{f}{m} s = 0$$

$\ddot{s}$  ... derivata seconda della distanza nel tempo

La soluzione dell'equazione differenziale è la seguente:

$$s(t) = s_{max} \sin\left(2 \frac{\pi}{T} t\right)$$

$$2 \frac{\pi}{T} = \omega = \sqrt{\frac{f}{m}}$$

In questo modello le due molle si incontrano in modo ideale. Le molle stesse possono essere facilmente considerate come senza massa. Possono quindi essere considerate come un'unica molla. La rigidità strutturale di questa molla risultante viene calcolata come segue:

$$f_{res} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

Il risultato è il seguente per  $\omega$ :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{f_{res}}{m_{res}}}$$

Per cui la massa ridotta  $m_{res}$  è definita da

$$m_{res} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

T è il periodo di una oscillazione completa, che naturalmente non ha luogo qui. La durata della fase di compressione è  $\frac{1}{4}$  di T. La durata della fase di restituzione può essere calcolata in modo analogo.

Nell'equazione dell'impulso le quattro velocità sono riportate come grandezze incognite. Con la legge di conservazione dell'energia e la definizione del fattore d'impatto sono disponibili due ulteriori equazioni. Una velocità deve quindi essere sempre nota.

La legge di conservazione dell'energia per il problema in questione è la seguente:

$$\frac{1}{2} \left( m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - (m_1 \dot{v}_1^2 + m_2 \dot{v}_2^2) \right) = E_D + E_{Reib}$$

Il fattore d'impatto k è definito come segue:

$$k = \frac{\Delta \dot{v}}{\Delta v}$$

Poiché  $\Delta \dot{v}$  è costante su una vasta fascia e ha una media di circa 5 km/h ( ampiezza  $\pm 3$  km/h), questo valore può essere stimato bene

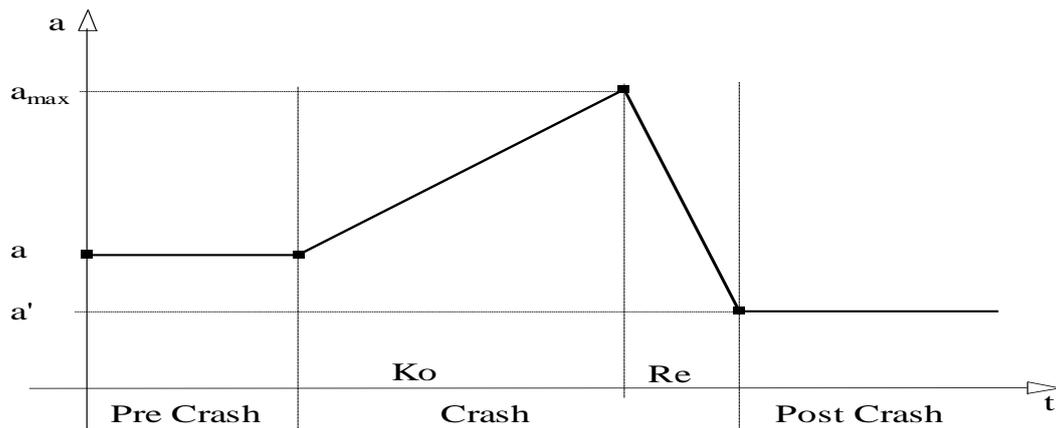
Il lavoro di attrito sulle ruote dipende da se e in che misura il conducente aziona il pedale del freno durante la collisione. Per il calcolo vale quanto segue:

$$W_{Frict} = m_1 a_1 s_{K1} + m_2 a_2 s_{K2} = E_{Frict}$$

Le distanze durante la collisione ( $s_K$ ) derivano generalmente da:

$$s_K = v t_{Ko} + \frac{1}{6} (a_{max} + 2 a) t_{Ko}^2 + \dot{v} t_{Re} + \frac{1}{6} (2 \dot{a} + a_{max}) t_{Re}^2$$

Diagramma accelerazione-tempo:



Si può ora ricavare un'equazione di calcolo per  $v_1$  :

$$v_1 = \frac{-KS + m_2 \Delta v + (m_1 + m_2)v_1 + m_2 \Delta v}{m_1 + m_2}$$

Le equazioni sono ora inserite nell'equazione della legge di conservazione dell'energia, dando luogo ad un'equazione di determinazione per  $\Delta v$ :

$$\Delta v = C_1 + \sqrt{C_1^2 + \Delta v^2 + 2 \Delta v (a_1 t_{Re1} - a_2 t_{Re2}) + \frac{1}{m_{res}} C_2 + \frac{C_3^2 - C_4^2}{m_1 m_2}}$$

con:

$$C_1 = a_2 t_{Ko2} - a_1 t_{Ko1}$$

$$C_2 = \frac{1}{3} \left( m_1 a_1 \left( (a_{max1} - 2 a_1) t_{Ko1}^2 + (2 a_1 - a_{max1}) t_{Re2}^2 \right) \right) + 2 E_D$$

$$C_3 = m_1 a_1 t_{Ko1} + m_2 a_2 t_{Ko2}$$

$$C_4 = m_1 a_1 t_{Re1} + m_2 a_2 t_{Re2}$$

La variazione di velocità dei due veicoli durante la collisione può essere calcolata inserendo:

$$\Delta v_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left( \Delta v + \Delta v - \frac{C_3 + C_4}{m_2} \right)$$

$$\Delta v_2 = \Delta v_1 - \Delta v + \Delta v$$

Con i sistemi di equazioni descritti è possibile calcolare le variazioni di velocità causate dalle collisioni. Devono essere noti i seguenti elementi:

Dati conosciuti:	Disponibile a partire da:
Una delle quattro velocità prima e dopo la collisione	Ad esempio, una velocità può essere ottenuta dalle informazioni fornite dai partecipanti. Una velocità può anche essere determinata, ad esempio dai segni di scorrimento dopo la collisione.
$\Delta v$	Dal valore medio e/o ampiezza del profilo $5 \pm 3$ km/h
Decelerazioni di frenata durante e dopo la collisione	Sulla base di valori empirici o di informazioni delle parti coinvolte
Deformazioni persistenti e rigidità strutturale. In alternativa, è possibile specificare i valori EES. Per entrambi i veicoli deve essere specificata almeno una dimensione.	Misurazione della deformazione permanente nella direzione in cui è orientato la forza d'urto Rigidità strutturale dalla letteratura. Valutazione dei modelli di danno.

Il seguente rapporto approssimativo si applica tra  $\Delta v$ ,  $k$  e  $\Delta \dot{v}$  :

$\Delta v$ (km/h)	$k$	$\Delta \dot{v}$ (km/h)
0	1	0
10	0,65	6,5
20	0,32	6,4
30	0,22	6,6
40	0,16	6,4
50	0,11	5,5
60	0,09	5,4
70	0,08	5,6
80	0,07	5,6
90	0,06	5,4

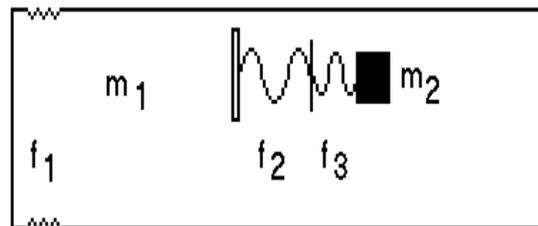
Nell'intervallo compreso tra 2 e 20 km/h:

$\Delta v$ (km/h)	$k$			$\Delta \dot{v}$ (km/h)		
	min	media	max	min	media	max
2	0,99	1	1	2,0	2,0	2,0
4	0,70	0,97	1	2,8	3,9	4,0
6	0,55	0,90	0,98	3,3	5,4	5,9
8	0,43	0,66	0,95	3,4	5,3	7,6
10	0,35	0,54	0,85	3,5	5,4	8,5
12	0,28	0,45	0,72	3,4	5,4	8,6
14	0,23	0,39	0,63	3,2	5,5	8,8
16	0,20	0,33	0,54	3,2	5,3	8,6
18	0,17	0,29	0,48	3,1	5,2	8,6
20	0,14	0,26	0,45	2,8	5,2	9,0

## CALCOLO DELL'ACCELERAZIONE SUI PASSEGGERI A CAUSA DELLA COLLISIONE

La forza di collisione che agisce su una persona seduta in un veicolo dipende principalmente dall'accelerazione del veicolo e, oltre alla postura, anche la struttura del sedile ha un'influenza significativa.

In linea di principio, il sistema veicolo - sedile - passeggero può essere idealizzato come un sistema composto da 3 molle (modello a molla):



$f_1$  Molla nella parte posteriore (zona d'urto) del veicolo.

$f_2$  Molla nello schienale.

$f_3$  Molla nell'imbottitura o rigidità strutturale iniziale.

$f_{res}$  Rigidità strutturale effettiva nella zona dello schienale - imbottitura.

$m_2$  Massa della parte superiore del corpo del passeggero, vale a dire la relativa proporzione della massa della persona premeva contro il sedile.

$m_1$  Massa totale del veicolo meno  $m_2$

La zona di deformazione nella parte posteriore del veicolo è simulata dalla molla 1 e nello schienale del sedile del veicolo dalle molle 2 e 3. La molla 2 simula la struttura del sedile e la molla 3 tiene conto dell'influenza dell'imbottitura. Le molle 2 e 3 sono disposte in serie.

La massa  $m_2$  è collegata al veicolo solo tramite la molla 2 e la molla 3,  $f_2$  e  $f_3$  deve essere adeguata all'altezza della carrozzeria.

La deformazione dello schienale (flessione all'indietro) dipende dalla coppia effettiva, cioè dalla forza moltiplicata per la distanza della forza dal punto di rotazione (braccio di forza). Più piccola è l'altezza del corpo, minore è questa distanza e quindi più duro appare lo schienale. Questo viene preso in considerazione sostituendo la rigidità strutturale dello schienale con:

$$f_{res} \Rightarrow f_{res} \frac{L}{FS (SH + SF)}$$

SH Sedile - Altezza della spalla

SF	Distanza superficie del sedile - punto di rotazione dello schienale (= 0 - 5 cm)
FS	SH in cui viene assunto il baricentro della forza (75% di SH)
L	Nella curva caratteristica dello schienale utilizzata, il rapporto forza - deformazione viene misurato ad una distanza di 49 cm dal punto di rotazione. In questo modo è possibile utilizzare il modello di una molla lineare invece di una torsione e il modulo di torsione, che è difficile da stimare. Il valore di 49 cm risulta dalla curva caratteristica da cui sono stati presi i valori di presettaggio.

In generale, dalla costruzione del sedile si deduce che l'imbottitura si deforma prima di tutto e lo schienale solo leggermente. In questa fase, la rigidità strutturale al momento efficace  $f_{res}$  ha il valore  $f_3$ . Questo è in realtà il risultato di due molle collegate una dopo l'altra.

Una volta raggiunta la massima deformazione dell'imbottitura, solo il telaio dello schienale può ancora essere deformato. Da questo punto, la rigidità strutturale momentaneamente agente ( $f_{res}$ ) assume il valore di  $f_2$  fino al raggiungimento del limite elastico dello schienale e  $f_{res}$  diminuisce a circa 1/3 (input in % possibile) del valore di  $f_2$ .

Il limite elastico è di solito raggiunto al 75% (questo valore può essere modificato nella maschera) del limite di forza. Dal limite di forza  $f_{res}$  assume il valore 0, cioè la forza rimane costante.

Se si verifica una collisione di un veicolo in movimento contro la parte posteriore, si verifica prima la deformazione della molla 1 e poi l'accelerazione del veicolo a causa della forza elastica agente. La deformazione della molla 2 e della molla 3 si verifica a causa del movimento in avanti del sedile che viene spostato con l'abitacolo.

Poiché la velocità dell'abitacolo è inizialmente inferiore a quella della parte posteriore, anche la deformazione della molla 2 e della molla 3 è inizialmente inferiore e quindi anche l'accelerazione di  $m_2$ . Se lo schienale del sedile non è estremamente duro, la sua deformazione massima viene raggiunta molto più tardi e quindi la persona nel sedile raggiunge anche l'accelerazione massima più tardi.

La simulazione del sedile con 2 molle collegate in serie offre la possibilità di limitare la deformazione del cuscino o la parte più piatta della rigidità strutturale. Al raggiungimento della rigidità strutturale iniziale, di solito quando l'imbottitura è completamente compressa, la sola molla 2 deve essere utilizzata per ulteriori calcoli, quindi entra in gioco una molla molto più dura.

Matematicamente il problema può essere formulato con le seguenti equazioni differenziali:

$$m_1 \ddot{x}_1 = f_1 def_1 + m_2 \ddot{x}_2 + a_{Reib} (m_1 + m_2)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = f_{res} def_2 + \tau \dot{x}_2$$

$a_{Frict} (m_1 + m_2)$	Corrispondente all'attrito degli pneumatici sulla strada
$a_{Frict}$	Decelerazione della frenata durante la collisione
$x_1$	Coordinata locale del baricentro del veicolo
$\dot{x}_1$	Accelerazione del veicolo
$def_1$	Deformazione del veicolo
$x_2$	Coordinata locale del baricentro dell'abitacolo
$\dot{x}_2$	Velocità dell'abitacolo rispetto al veicolo
$\ddot{x}_2$	Accelerazione dell'abitacolo
$def_2$	Deformazione della schiena
$f_{res}$	Costante di molla attualmente predominante del sistema Imbottitura - schienale
$\tau$	Fattore di smorzamento

Fisicamente, l'equazione è quella dell'equilibrio delle forze prevalenti in qualsiasi momento nel tempo:

Forza della molla + Attrito = Forza inerziale

La soluzione matematica al problema di cui sopra diventa più semplice se, invece di un veicolo che si scontra da dietro, il modello di veicolo indietreggia contro un ostacolo fisso, o, allo stesso modo, se questo ostacolo viene spostato a velocità costante contro il veicolo fermo.

Solo la rigidità strutturale della molla 1 e la velocità d'impatto devono essere regolate in modo da ottenere la stessa accelerazione e deformazione del veicolo.

Per la rigidità strutturale risultante dei due veicoli, si applica quanto segue:

$$f_1 = \frac{f_{Veh1} f_{Veh2}}{f_{Veh1} + f_{Veh2}}$$

Questo valore deve ancora essere corretto, dato che viene considerato un solo veicolo. Si utilizza l'approccio secondo cui la molla comune è divisa in due parti. La molla applicabile a questo veicolo è una molla apparentemente più corta, mentre l'altra parte della molla appartiene all'altro veicolo. Le lunghezze di queste molle parziali si comportano al contrario rispetto alle masse. La divisione corrisponde al centro di massa. Da qui ne consegue:

$$f_1 \Rightarrow f_1 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)$$

Per la parte di deformazione parziale della molla comune di entrambi i veicoli (s1) si applica quanto segue:

$$s_1 = s \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

s ... Somma della deformazione dinamica di entrambi i veicoli.

Soluzione dell'equazione della oscillazione con l'attrito:

$$x = x_0 \sin(\omega t) + \frac{a m}{t}$$

Per la velocità di una molla elastica vale quanto segue:

$$\dot{x} = x_0 \cos(\omega t)$$

$x_0$  ... Ampiezza dell'oscillazione

Al momento della deformazione massima vale quanto segue:

$$s = x_0 + \frac{a m}{f}$$

E inoltre:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -f_1 (x_1 - v t) + m_2 \ddot{x}_2 + (m_1 + m_2) a$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -f_2 (x_2 - x_1) + \tau \dot{x}_2$$

$\tau \dot{x}_2$  ... Termine di smorzamento dello schienale o dell'imbottitura

Questo sistema di equazioni non offre una soluzione chiusa e deve quindi essere integrato numericamente. Una possibile soluzione è un metodo Runge-Kutta derivato. La funzione è approssimata da una linearizzazione, cioè è divisa in un gran numero di linee (intervalli). La velocità nell'intervallo  $i$  può essere espressa dalla posizione precedente e successiva come segue:

$$\dot{x}_i = \frac{x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta t}$$

Oppure:

$$\dot{x}_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2 \Delta t}$$

$i + \frac{1}{2}$  o  $i - \frac{1}{2}$  indica la metà dell'intervallo seguente o precedente. L'equazione analogica è valida per l'accelerazione e può essere trasformata in:

$$\ddot{x}_i = \frac{x_{i+1} - 2 x_i + x_{i-1}}{(\Delta t)^2}$$

Oppure:

$$\ddot{x}_{i-1} = \frac{x_i - 2 x_{i-1} + x_{i-2}}{(\Delta t)^2}$$

Ne consegue:

$$x_{1i} = 2 x_{1i-1} - x_{1i-2} + \frac{(\Delta t)^2 \left( f_1 v (t - \Delta t) - a (m_1 + m_2) + f_{res} (x_{1i-1} - x_{2i-1}) \right)}{m_1 \left( 1 + \frac{f_1}{m_1} (\Delta t)^2 \right)}$$

L'errore può essere mantenuto piccolo selezionando un incremento  $t$  corrispondentemente piccolo. Una dimensione del passo di  $\Delta t = 0.0002$  s dovrebbe normalmente essere sufficiente.

Si noti che le molle non possono essere considerate elastiche. L'integrazione deve quindi avvenire essenzialmente in 3 fasi:

1. In primo luogo, deve essere presa in considerazione una possibile distanza dallo schienale. In questo caso l'integrazione deve essere effettuata con la seguente equazione fino a quando la distanza diventa 0.

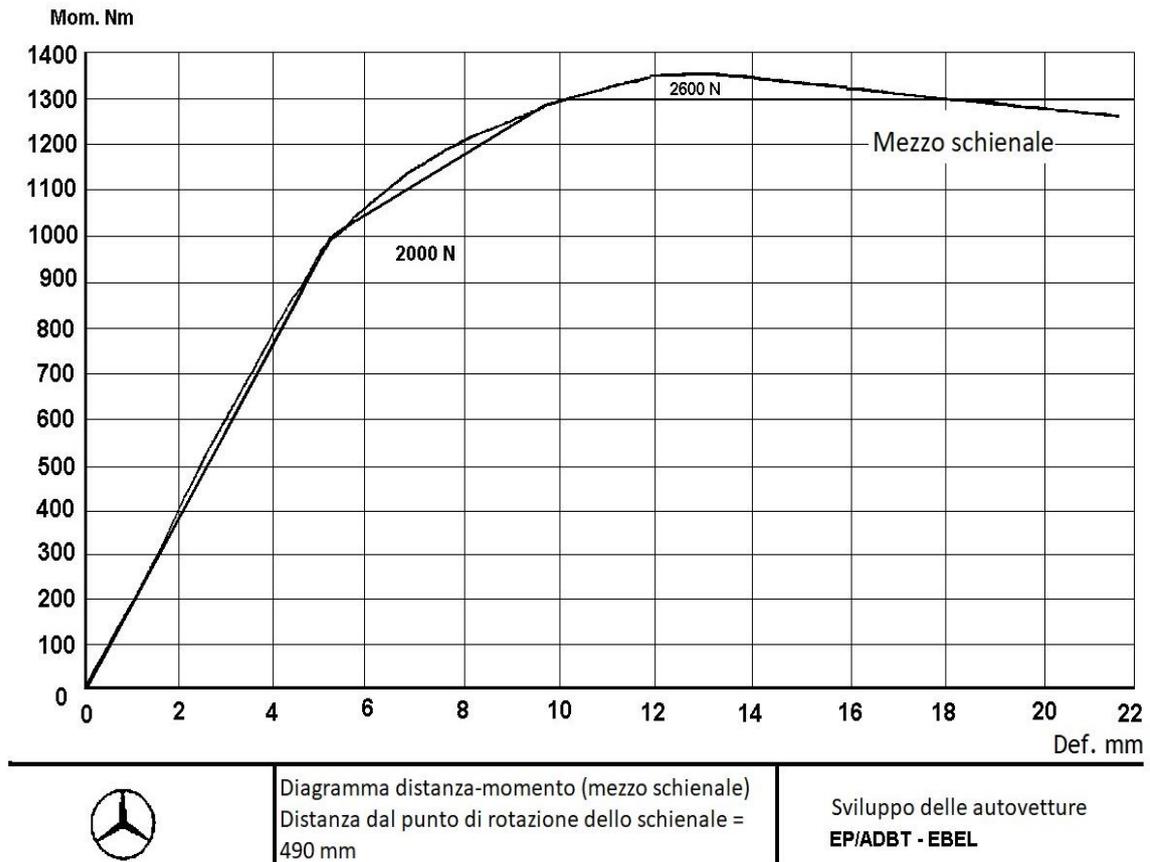
$$m_1 \ddot{x}_1 = -f_1 x_1$$

2. Il sistema viene quindi integrato. Con la molla 1 si assume una piccola deformazione della schiena, in modo che, a causa del movimento all'indietro, la velocità superi il valore iniziale  $v$ . Successivamente, il veicolo continua a viaggiare con una decelerazione costante, cosicché la massa 2 si scontra con l'abitacolo, che ora rallenta, sotto ulteriore deformazione delle molle 2 e 3. L'integrazione deve continuare fino al completamento della deformazione del veicolo (compresa la ri-deformazione).
3. Da quando la massa 1 non è più accelerata dalla molla 1, l'integrazione continua solo fino a quando la massa 2 raggiunge anche l'accelerazione 0.

L'accelerazione massima (decelerazione) si verifica quando la velocità del veicolo raggiunge lo 0. Se il calcolo dell'accelerazione dei passeggeri è effettuato secondo la procedura di cui sopra, la costante elastica del veicolo non può essere utilizzata semplicemente a  $f_1$ , ma deve essere corretta di conseguenza (leggermente), poiché qui la massa totale non ha effetto immediato, ma solo  $m_1$  - cioè la massa totale ridotta di  $m_2$  - deve essere utilizzata.

$$f_1 \Rightarrow f_1 = a_{max} \frac{m_1 + \frac{f_{res}}{f_{1alt}} m_2}{s_{dyn}}$$

Il termine  $\frac{f_{res}}{f_{1alt}}$  considera che durante la collisione attraverso la molla 2 diventa efficace anche una parte della massa  $m_1$ . Il diagramma sottostante mostra la curva dello schienale utilizzata per i valori preimpostati. Questa curva non comprende le imbottiture.

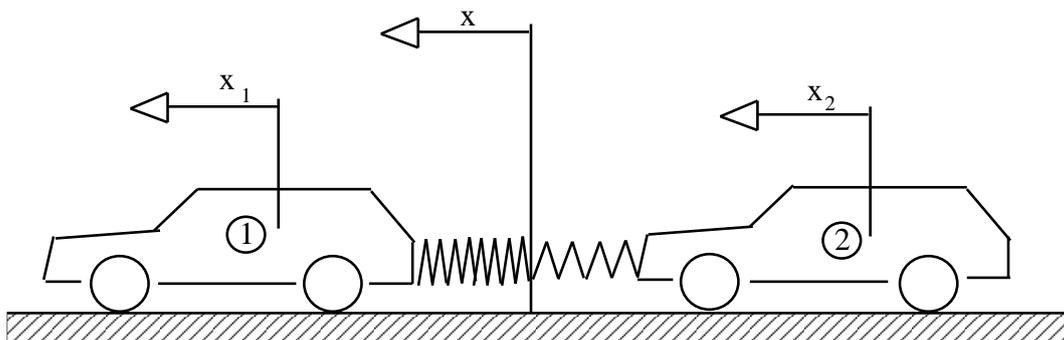


## RAPPORTO TRA LE EES, DEFORMAZIONE PERMANENTE E RIGIDITÀ STRUTTURALE, CALCOLO DELLA DURATA DELLA COLLISIONE

### RIGIDITÀ STRUTTURALE NELLA ZONA DI CONTATTO

Quando due veicoli si scontrano, da un lato agiscono le forze d'urto, idealizzate da molle, e dall'altro lato la forza d'inerzia e la forza d'attrito delle ruote.

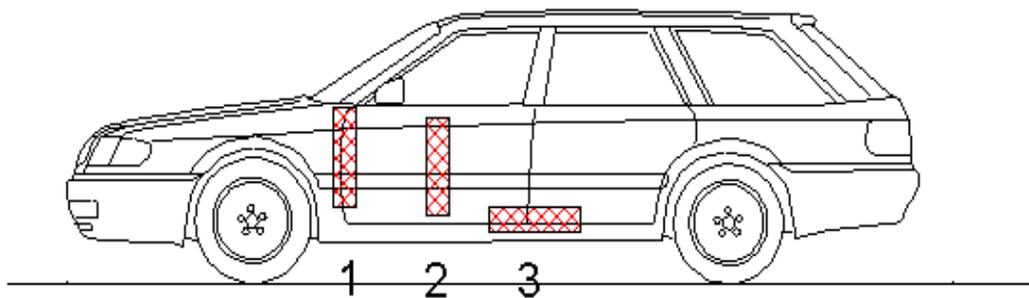
Modello matematico teorico di una collisione:



Spiegazione dei termini:

Le molle hanno solitamente un comportamento lineare ( $F = c \cdot x$ ) dove  $F$  è la forza di compressione,  $c$  è la costante della molla e  $x$  è la distanza di deformazione. Questa legge viene utilizzata anche come approssimazione per la rigidità strutturale dei veicoli.

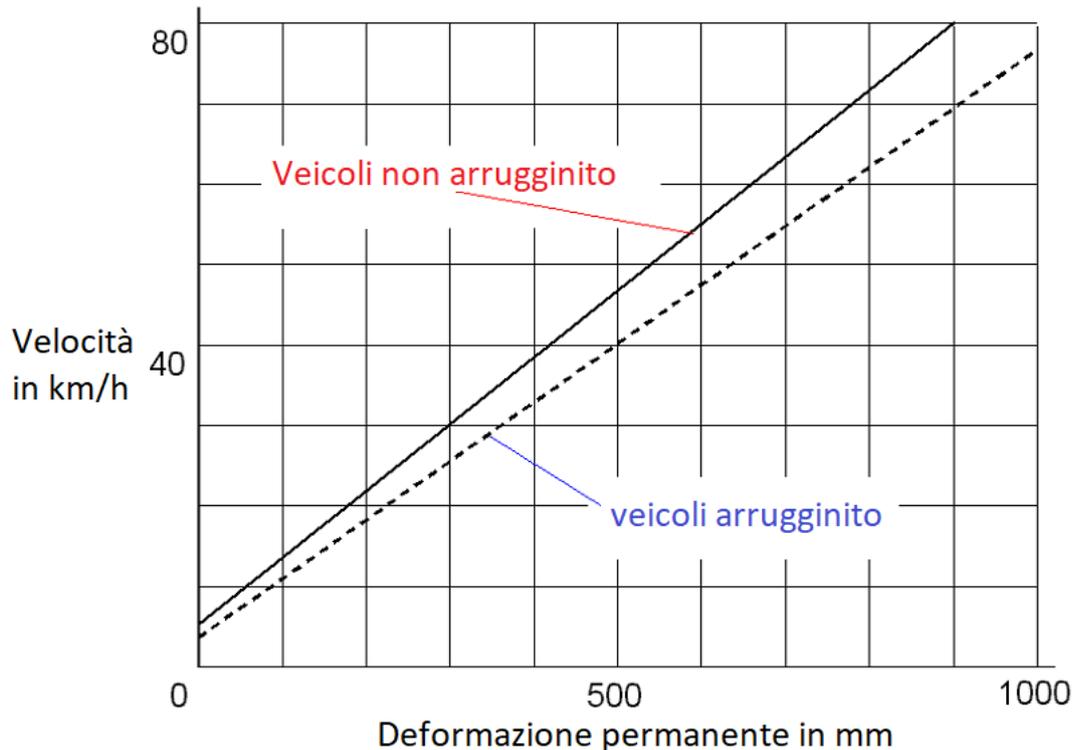
Nel determinare la rigidità strutturale dei veicoli nella zona di contatto, la determinazione della rigidità strutturale dei veicoli dipende da dove si trova la zona di contatto e dall'estensione dell'area di deformazione. La posizione della superficie sul veicolo e la sua composizione sono determinanti in questo caso. Le stesse tre superfici di un veicolo hanno tre impronte diverse con la stessa forza di contatto, il che comporta rigidità strutturali diverse.



Mentre una molla di solito ha un rapporto lineare forza-spostamento, questo non è solitamente il caso di una struttura del veicolo. A seconda della profondità dell'impronta, c'è una diversa pendenza approssimativa della/e curva/e  $F(s)$  e quindi una diversa rigidità strutturale. In piccola parte, il rapporto forza-distanza dipende anche dalla velocità di deformazione, cioè dalla velocità di collisione. Da ciò si può vedere che anche il carico della stessa struttura del veicolo può produrre rigidità strutturali medie diverse a seconda della profondità di penetrazione

La massa dei veicoli influisce in vari modi sulla rigidità strutturale. I produttori di veicoli si sforzano di ottenere una decelerazione molto particolare per i passeggeri in caso di impatto con il muro prescritto dalla legge con una sovrapposizione del 100%. Ciò ha portato a un andamento delle deformazioni simili nelle piccole auto come nelle auto di lusso. Le auto di lusso pesanti devono quindi avere una maggiore rigidità strutturale rispetto ai veicoli più piccoli e leggeri.

Esempi di deformazioni permanenti in mm:



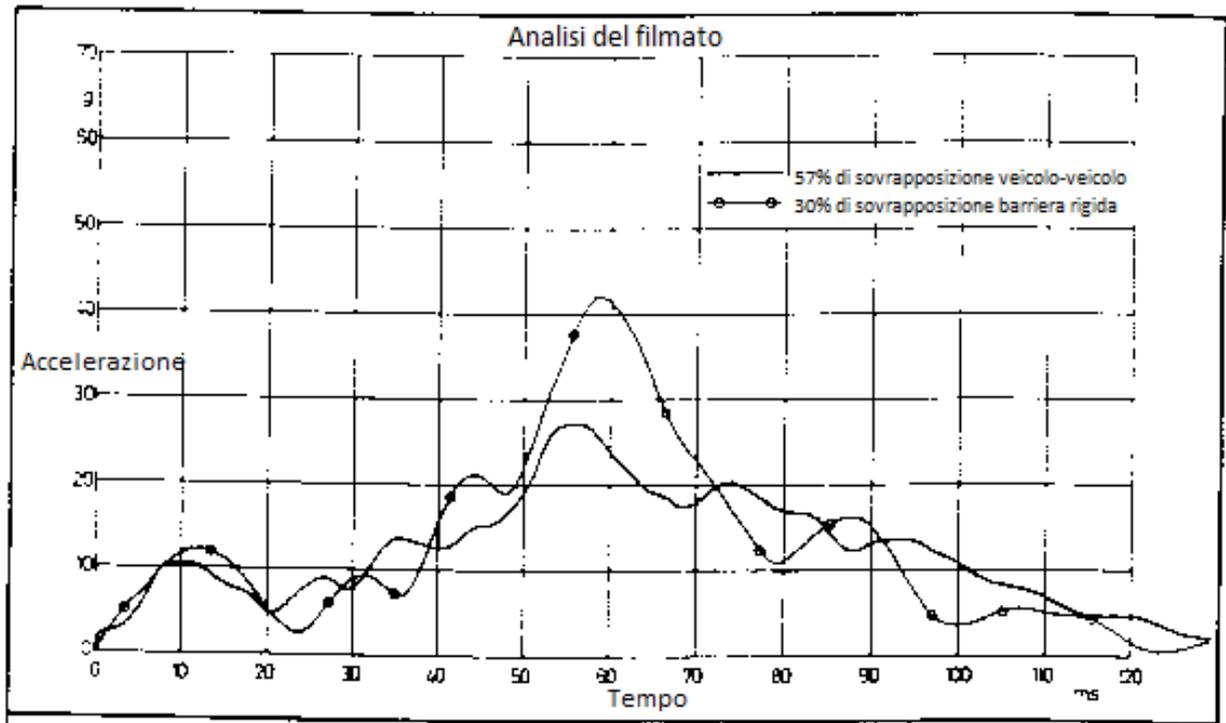
Dall'esempio ne consegue che nel caso di un impatto con un muro con sovrapposizione del 100% con buona approssimazione si può dire che una deformazione permanente di 10 cm corrisponde ad una velocità di impatto di 10 km/h. Se un'auto di questo tipo viene deformata di 50 cm su tutta la parte anteriore, la velocità d'impatto era di circa 50 km/h. Anche con veicoli arrugginiti, questa correlazione viene mantenuta in larga misura.

I veicoli moderni hanno proprietà particolari per quanto riguarda la sicurezza interna, la struttura del veicolo e la rigidità strutturale. Ad esempio, i veicoli miniclasse sono prodotti con una carrozzeria particolarmente rigida per evitare che l'interno si deformi. Lo spazio di decelerazione (una volta la zona delle pieghe) per i passeggeri viene trasferito all'interno. I veicoli di grandi dimensioni dovrebbero deformarsi più facilmente, in modo da aumentare lo spazio di decelerazione rispetto alle vetture più piccole. Finora non esistono regole o procedure uniformi per la progettazione della rigidità strutturale dei veicoli su tutto il loro perimetro.

---

### FORMULE DI CALCOLO

Per la penetrazione dei veicoli si presume che nel punto d'urto di ciascun veicolo vi sia una relazione lineare tra forza e distanza. Non si tiene conto dello smorzamento, il che significa che la durata della collisione tende ad essere molto breve. Dopo che i veicoli hanno raggiunto la loro massima penetrazione, c'è ancora un breve ritorno elastico.



La durata della collisione corrisponde all'incirca al doppio del valore della durata di penetrazione o alla metà di un periodo completo di oscillazione. La durata fino al raggiungimento della massima penetrazione è calcolata a partire da un quarto del periodo dell'oscillazione completa. La durata del periodo è:

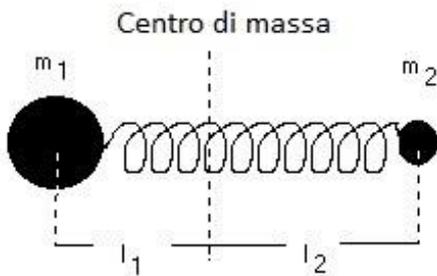
$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

Il risultato per la durata della collisione è il seguente:

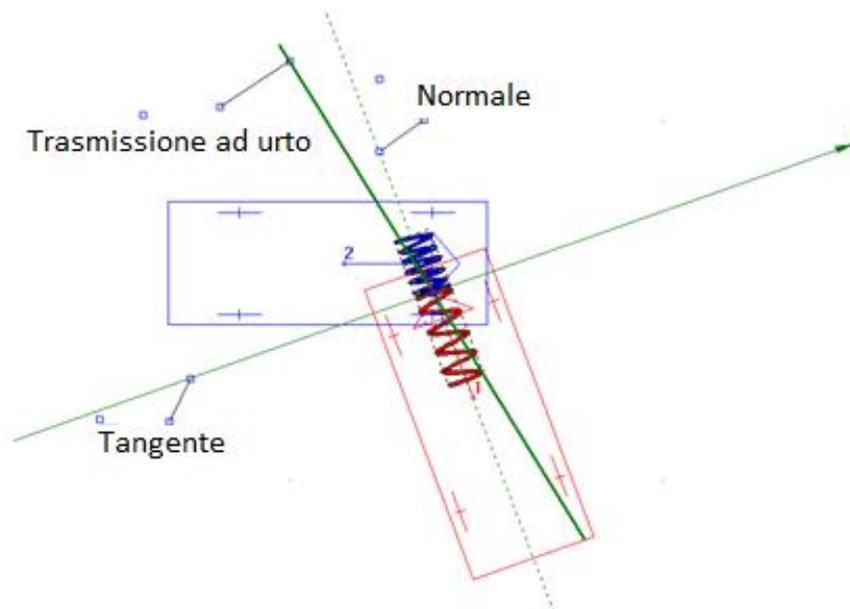
$$t_k = 2 \frac{T}{4} = \pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

In questa formula, m è la massa di un corpo che vibra su una molla con rigidità c. m e c non possono essere utilizzati direttamente. In primo luogo, la massa del veicolo deve essere ridotta alla normale all'urto e, in secondo luogo, si deve tener conto del fatto che sono coinvolti due veicoli. Questo è paragonabile a due masse situate alle estremità di una molla.

Modello a molla:



La comune rigidità della molla è il risultato del collegamento in serie di due molle di diversa rigidità come descritto di seguito. Una situazione di collisione dovrebbe essere considerata, come mostrato nella figura seguente:



Si può vedere dall'immagine che le molle agiscono nella direzione della normale di contatto. Questo ha diversi significati:

- La massa del veicolo agisce completamente sulla molla nel veicolo 1, ma solo parzialmente sul veicolo 2. Ciò significa che la massa del veicolo deve essere ridotta alla normale di contatto.
- La durata della collisione sarà calcolata correttamente solo se si tratta di un impatto senza slittamento. In caso di collisione con slittamento, la rigidità della molla viene calcolata correttamente dalla penetrazione in direzione normale nell'ambito del modello ideale, ma non dalla durata dell'urto. Il valore GEV è definito come valore caratteristico per lo scorrimento. Se questo scende al di sotto di 0,85, la durata della collisione non viene più calcolata; essa deve essere determinata da chi utilizza la simulazione osservando per quanto tempo i veicoli rimangono in contatto tra loro.

Devono essere calcolate le costanti elastiche (rigidità strutturale)  $c$  dei due veicoli. A tale scopo sono disponibili le profondità di penetrazione permanenti, che derivano dai profili di danno dei due veicoli. Queste profondità di penetrazione permanente devono essere determinate nella direzione normale, il che avviene automaticamente in AnalyzerPro se i veicoli sono stati correttamente posizionati nel punto di collisione in base al loro danno. Sono disponibili anche i valori EES calcolati. In questo modo le rigidità strutturali possono essere calcolate a partire da questi valori. In un nuovo sistema di riferimento, che viene applicato nel punto di contatto (centro di massa), cioè tra la molla 1 e la molla 2, il problema può essere esaminato in modo ideale.

Ri-deformazione proporzionale alla massa:

L'idea di base è che il comportamento del ritorno elastico è fortemente proporzionale alla massa. Ciò avrebbe come conseguenza che la superficie di contatto nel sistema di coordinate che si muove con il centro di massa rimane relativamente stabile.

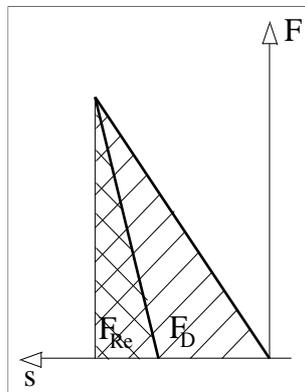
Come regola generale, le forze elastiche nell'area di contatto devono essere sempre le stesse (azione = reazione). Pertanto, le forze di reazione (forza d'inerzia e forza dello pneumatico) alle altre estremità delle molle devono essere ugualmente grandi, opposte ed uguali alle forze elastiche. Per quanto riguarda tali valori vale quanto segue:

$$c_1 s_{dyn1} = c_2 s_{dyn2} = m_1 (a_{max1} + a_1) = m_2 (a_{max2} - a_2)$$

Le forze d'inerzia e d'attrito agiscono nella direzione opposta per il veicolo che urta nella parte anteriore (veicolo 2) e nella stessa direzione per il veicolo 1. La rispettiva rigidità strutturale  $c = F/s_{dyn}$  può essere espressa da:

$$c = \frac{m}{s_{dyn}} (a_{max} \pm a)$$

Il lavoro di deformazione dovuto alla deformazione permanente deriva dall'area racchiusa dalle curve caratteristiche della molla:



$$E_D = \frac{1}{2} c s_{dyn} s_D = \frac{1}{2} m (a_{max} \pm a) s_D = \frac{1}{2} m EES^2$$

In questo modo si ottiene l'accelerazione massima per ogni veicolo al termine della fase di compressione:

$$a_{max1} = \frac{EES_1^2}{s_{D1}} - a_1$$

$$a_{max2} = \frac{EES_2^2}{s_{D2}} + a_2$$

e:

$$\frac{s_{D1}}{s_{D2}} = \frac{m_1 EES_1^2}{m_2 EES_2^2}$$

La rigidità strutturale potrebbe essere calcolata dalla suddetta equazione se la deformazione dinamica fosse nota. La deviazione tra deformazione dinamica e deformazione permanente può essere considerevole, specialmente a basse velocità di collisione, e non deve essere trascurata in nessuna circostanza.

Il calcolo della deformazione dinamica si basa sull'area racchiusa nella figura precedente. Per la derivazione dell'equazione si utilizza un sistema di coordinate collegato al centro di massa comune. Questo ha il vantaggio di poter sostenere quanto segue:

- L'energia cinetica del sistema è pari a zero alla fine della fase di compressione.
- L'energia cinetica alla fine della fase di restituzione corrisponde all'area sotto la curva caratteristica della molla della fase di restituzione.
- Si applicano le seguenti equazioni, in cui la lettera  $u$  è utilizzata per le velocità del nuovo sistema di riferimento

Velocità del centro di massa:

$$v_m = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Velocità del centro di massa dei veicoli:

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 - v_m \\ \dot{u}_1 &= \dot{v}_1 - v_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= v_2 - v_m \\ \dot{u}_2 &= \dot{v}_2 - v_m \end{aligned}$$

Le differenze di velocità rimangono invariate.

Se la legge di conservazione dell'energia viene applicata in un tale sistema, l'energia cinetica totale viene convertita in deformazione durante la compressione e quindi risulta pari a 0 alla fine della fase di compressione. L'energia ritornerà di nuovo nel sistema durante la restituzione.

La differenza di velocità dei due corpi al termine della fase di restituzione corrisponde alla velocità di separazione dei punti di contatto in direzione normale

calcolata dall'analisi di collisione ( $v'_{Bn1} - v'_{Bn2}$ ). In questo modo la legge di conservazione dell'energia per la fase di restituzione e il caso in cui il veicolo 1 è quello che spinge risulta

$$E_1 = \frac{1}{2} c_1 s_{dyn1} (s_{dyn1} - s_{D1}) = \frac{1}{2} m_1 v'_{Bn1}{}^2$$

Da questo si ottiene l'equazione per determinare la rigidità strutturale di entrambi i veicoli.

### RI-DEFORMAZIONE PROPORZIONALE ALLA MASSA

Se i veicoli si comportano in modo pressoché proporzionale alla massa durante la fase di restituzione, la formula è la seguente:

$$c_1 = \frac{(m_{red1} + m_{red2})^2 m_1^2 EES_1^4}{s_{D1}^2 (m_{red1} m_{red2}^2 \Delta v'_{Bn}{}^2 + (m_{red1} + m_{red2})^2 m_1 EES_1^2)}$$

La rigidità strutturale del veicolo 2 può essere calcolata scambiando gli indici dell'equazione di cui sopra.

Applicando la formula si può dedurre che delle variabili  $\Delta v'$  e delle sei "variabili strutturali", cioè  $EES_1$ ,  $EES_2$ ,  $S_{D1}$ ,  $S_{D2}$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ , ne devono essere fornite solo tre oltre a  $\Delta v'$ , mentre le altre due possono essere calcolate

### RI-DEFORMAZIONE NON PROPORZIONALE ALLA MASSA

Curva caratteristica lineare:

$$c_1 = \frac{1}{\frac{\left( m_{res} \Delta v'^2 + m_1 EES_1^2 \left( 1 + \frac{S_{D2}}{S_{D1}} \right) \right) s_{D1}^2}{m_1^2 EES_1^4} - \frac{1}{c_2}}$$

Applicando la formula è possibile dedurre che solo due delle variabili  $\Delta v'$  e le sei "variabili strutturali" devono essere fornite, mentre le due restanti possono essere calcolate. Occorre comunque fornire una rigidità strutturale. È interessante, tuttavia, notare che, a causa dei vincoli le deformazioni dinamiche non possono essere inferiori alla deformazione permanente, si ottiene così un intervallo relativamente piccolo per la possibile rigidità strutturale. Più piccolo è il valore di  $\Delta v'$ , più piccolo è questo intervallo.

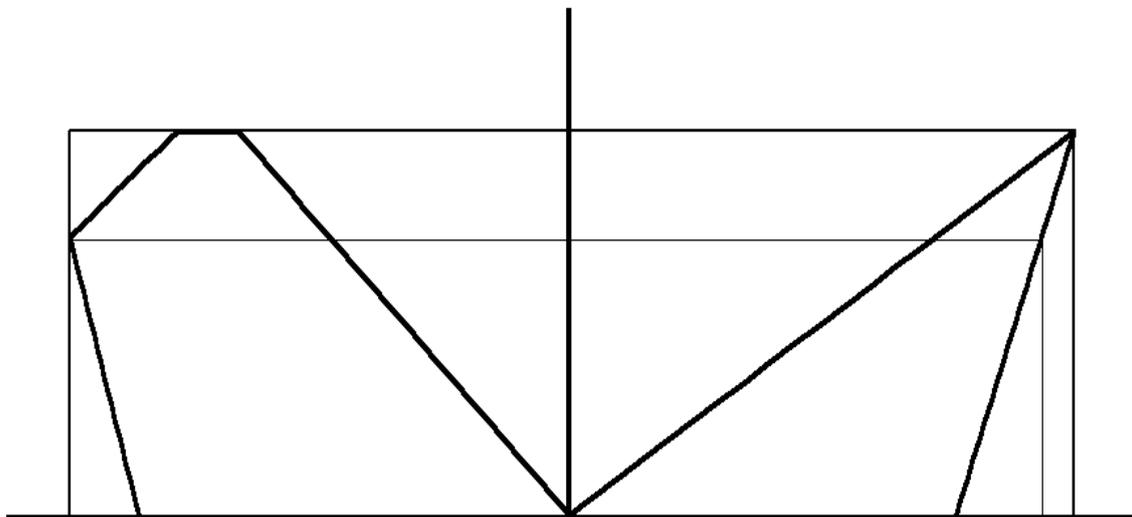
Definizione di una struttura con curva caratteristica non lineare:

Nei casi in cui nell'urto siano presenti soggetti molto diversi, ad esempio nei crash test contro una barriera rigida, sarà necessario definire una curva caratteristica non lineare per un veicolo. In questo caso, tuttavia, non è sempre possibile assumere un comportamento di rideformazione proporzionale alla massa.

In alcuni crash test è stata misurata una curva temporale di accelerazione (forza), dove si nota che la durata fino al raggiungimento della forza massima è solo leggermente più lunga della durata che va dal massimo al raggiungimento del valore 0. Poiché l'entità del danno può essere considerata in gran parte plastica, la fine della fase di compressione potrebbe non essere stata raggiunta nel punto di massima sollecitazione. L'area sotto la curva accelerazione-tempo corrisponde alla variazione di velocità. In una collisione plastica, la variazione di velocità durante la fase di compressione è maggiore che durante la fase di restituzione. La fase di restituzione inizia quindi verso la fine della curva di accelerazione-tempo, cioè in un punto in cui il massimo è già stato superato. Questo può essere spiegato solo da un'area della curva forza-deformazione con una pendenza negativa che inizia al massimo.

Mentre il veicolo 1 si comporta "normalmente", si presume che al termine della fase di compressione il veicolo 2 entri in un'area dove la struttura crolla. Sembra molto improbabile che esattamente la stessa forza si verifichi nel partner di collisione. Per questo motivo si può supporre che l'aumento della forza di questo veicolo possa essere descritto da una funzione lineare. Anche per questo veicolo può avvenire un collasso parziale della struttura interessata dalla deformazione. Nel corso della deformazione successiva, tuttavia, la struttura sarà di nuovo stabile. La funzione lineare rappresenta l'andamento medio come approssimazione

Deformazione:

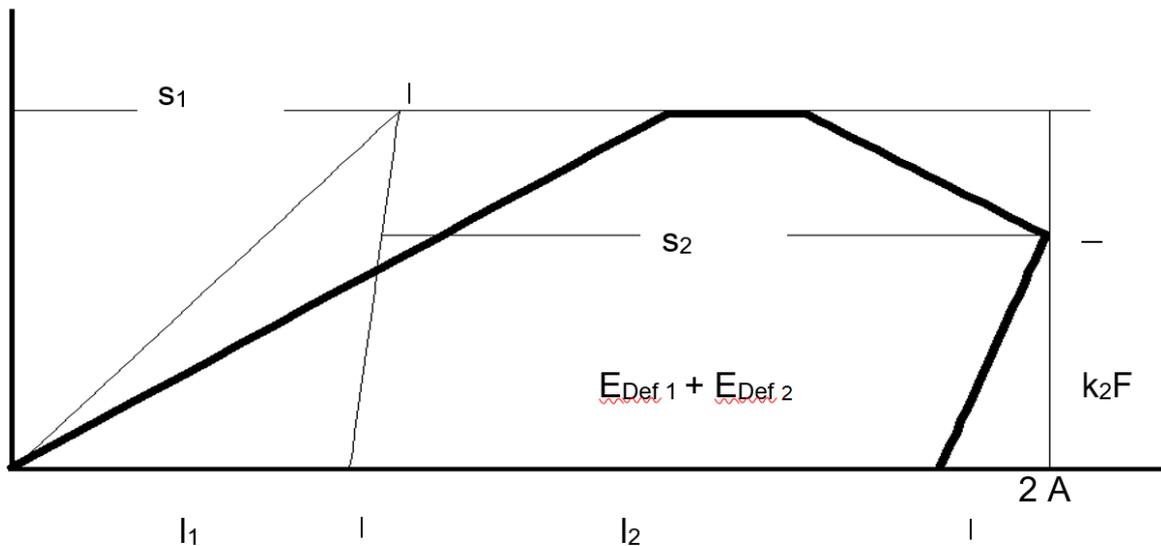


Al termine della fase di compressione di un veicolo, è possibile raggiungere una zona che può essere approssimata solo in modo impreciso da una funzione lineare.

Per una breve fase, la forza può rimanere approssimativamente costante ( $\mu_2 s_2$ ) e quindi la struttura può diventare instabile. Ciò significa che la curva forza-distanza assume una pendenza negativa (diminuzione della curva fino a  $k_2 F$ ).  $k_2 F$  è la forza alla fine della fase di compressione. Durante la sezione con forza costante sul veicolo 2, il veicolo 1 rimane nel punto più alto della forza, poi il veicolo 1 subisce una nuova

deformazione fino a  $k_2F$ , mentre il veicolo 2 continua a deformarsi nello stesso momento. Poiché ciò avviene a spese del veicolo 2, l'energia rilasciata nel veicolo 1 non viene convertita in energia cinetica, ma utilizzata per l'energia di deformazione del veicolo 2. Pertanto, la deformazione fino a  $k_2F$  non ha alcun effetto sull'energia cinetica dopo la collisione (differenza di velocità dei punti di contatto). Pertanto, solo l'energia corrispondente all'area del piccolo triangolo ad angolo retto sotto il  $k_2F$  ritorna nel sistema.

Forza:



La figura mostra l'andamento della forza in funzione della deformazione totale. La deformazione massima totale è leggermente inferiore alla somma della deformazione massima di ogni singolo veicolo.

La rigidità strutturale del veicolo 2 deve essere definita. Sarebbe possibile l'aumento dal punto zero all'angolo superiore sinistro del valore di deformazione. Ciò corrisponderebbe alla rigidità strutturale media. Tuttavia, questa definizione non corrisponde all'aumento della forza al valore massimo della forza. La definizione suggerita è quindi l'aumento nella parte anteriore della curva. Nelle formule seguenti,  $c_2$  corrisponde a questa definizione. La differenza sta nel fattore  $d_2$  definito qui di seguito

Sulla base di queste considerazioni, si possono stabilire le seguenti relazioni:

$$A = m_{res} \Delta v'^2 \qquad d_2 = 1 - \lambda_2 - \mu_2$$

$$b_2 = 1 + \mu_2 + \lambda_2 k_2 - k_2 \qquad g_2 = 1 + \mu_2 + \lambda_2 k_2$$

Si applica quanto segue:

$$E_{D1} = \frac{1}{2} c_1 s_1 l_1 = \frac{1}{2} m_1 E E S_1^2$$

$$E_1 = c_1 s_1 l_1$$

$$E_{D2} = \frac{1}{2} c_2 s_2 d_2 (k_2 l_2 + b_2 s_2) = \frac{1}{2} m_2 E E S_2^2$$

$$E_2 = c_2 s_2 d_2 (k_2 l_2 + b_2 s_2)$$

Con l'equilibrio delle forze:

$$c_2 d_2 s_2 = c_1 s_1$$

$$A = k_2 c_1 s_1 (s_2 - l_2 + k_2 (s_1 - l_1))$$

Ne consegue:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1 E E S_1^2}{m_2 E E S_2^2} = \frac{l_1}{k_2 l_2 + b_2 s_2}$$

In aggiunta, può essere applicato quanto segue:

$$s_1 > l_1 \text{ und } s_2 > l_2$$

Questo si traduce nella condizione:

$$\frac{E_1 l_2 (k_2 + b_2)}{l_1} \leq E_2 \leq \frac{E_1 g_2 l_2 k_2 + A l_1 b_2}{l_1 (g_2 - b_2)}$$

Con l'aiuto delle equazioni da 1 a 4, si può stabilire un'equazione in cui  $s_1$  e  $s_2$  sono eliminati, e una delle sei variabili  $c_1$ ,  $l_1$ ,  $E_1$ ,  $c_2$ ,  $l_2$ ,  $E_2$ . Da questa equazione se ne può calcolare una a partire da quattro variabili note. Se sono disponibili  $l_1$ ,  $E_1$ ,  $l_2$ ,  $E_2$ , è necessario effettuare un controllo. Se  $E_2$  è impostato sul valore minimo, non c'è una nuova riformazione per il veicolo 2. Se è impostato il valore massimo possibile, non vi è una nuova riformazione per il veicolo 1

Per esempio,  $E_2$  può essere eliminata:

$$A = k_2 \frac{E_1}{l_1} \left( \frac{E_1}{c_2 l_1 d_2} - l_2 + k_2 \left( \frac{E_1}{c_1 l_1} - l_1 \right) \right)$$

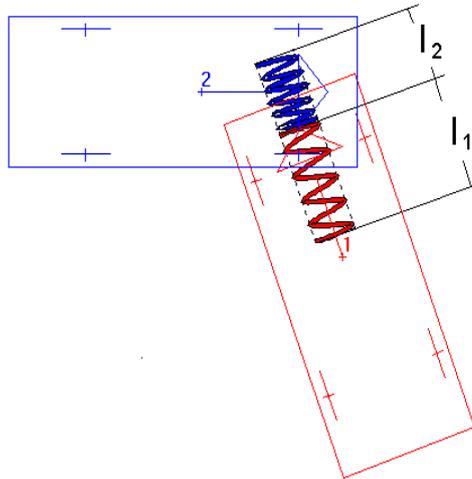
Oppure  $c_2$ :

$$A = k_2 \frac{E_1}{l_1} \left( \frac{d_2 l_1 E_2 - k_2 l_2 E_1}{E_1 b_2} - l_2 + k_2 \left( \frac{E_1}{c_1 l_1} - l_1 \right) \right)$$

Se questo set di formule viene utilizzato in combinazione con il metodo della quantità di moto, si deve tener conto del fatto che il metodo della quantità di moto fornisce l'energia totale di deformazione  $E_D$ .  $E_1 + E_2 = 2 E_D$  è quindi disponibile come equazione. Oltre alle deformazioni, deve essere applicata anche la rigidità strutturale. Anche in questo caso, per la rigidità strutturale è possibile solo un intervallo relativamente piccolo

### Durata della collisione:

Nel modello qui utilizzato, due molle senza massa si incontrano. Le forze che agiscono alle estremità delle molle sono le stesse, quindi le due molle possono essere considerate come un'unica molla con una rigidità risultante.



Si può vedere dall'immagine che le molle agiscono nella direzione del contatto normale. Questo ha diversi significati: La massa del veicolo agisce completamente sulla molla nel veicolo 1, ma solo parzialmente sul veicolo 2. Ciò significa che le masse dei veicoli devono essere ridotte alla normale di contatto. La massa del veicolo è sostituita dalla sua massa ridotta in ogni caso.

Calcolo della massa ridotta:

$$m_{red} = m \frac{i^2}{i^2 + a^2}$$

m ... Massa del veicolo

a ... Distanza del baricentro dal punto d'urto

i ... Raggio di rotazione:  $i = \sqrt{\frac{J}{m}}$

J ... Momento di inerzia

Ulteriori considerazioni si basano ancora una volta su un sistema di coordinate, che si trova nel punto di contatto (= nello stesso tempo centro di massa del sistema di entrambe le molle). Il centro di massa deve essere fermo durante l'impatto e i veicoli si scontrano tra loro con le loro masse ridotte. La posizione del centro di massa deve essere:  $m_1 l_1 = m_2 l_2$ . Se il centro di massa rimane fermo, si può pensare a una parete rigida al suo posto, contro la quale ogni veicolo colpisce da solo. Tuttavia, il singolo veicolo ha una massa di ricambio e una molla di ricambio con una maggiore rigidità. Per questa situazione, ad esempio, per il veicolo 1 vale quanto segue:

$$c_{E1} = c_{res} \frac{l_1 + l_2}{l_1} = c_{res} \frac{m_{red1} + m_{red2}}{m_{red2}}$$

L'equazione per l'altra molla si ottiene scambiando gli indici. La durata della collisione può ora essere calcolata:

$$t_K = \pi \sqrt{\frac{m_{res}}{c_{res}}}$$

con:

$$m_{res} = \frac{m_{red1} + m_{red2}}{m_{red1} m_{red2}}$$

Un'alternativa per il calcolo della durata dell'impatto è data dalla seguente formula:

$$t_k = \frac{\pi}{2} \left( \frac{s_{dyn1} + s_{dyn2}}{|v_{B1} - v_{B2}|} + \frac{s_{dyn1} - s_{D1} + s_{dyn2} - s_{D2}}{|v'_{Bn1} - v'_{Bn2}|} \right)$$

$v_{Bn}$  o  $v'_{Bn}$  sono i valori delle velocità del punto di contatto nella direzione della normale di impatto prima o dopo la collisione. La formula di cui sopra deriva anche dal modello a molla e fornisce lo stesso valore nel caso di una caratteristica lineare. Tuttavia, può essere utilizzata anche nel caso di una struttura autodefinita. Il fattore  $\pi/2$  è una conseguenza della caratteristica lineare e probabilmente dovrà essere aumentato nel caso non lineare. Se si utilizza il fattore  $\pi/2$ , ciò significa un cambiamento della velocità secondo una funzione coseno: all'inizio un po' meno, verso la fine un po' di più. Se si usa il fattore 2, allora questo significa un cambiamento della velocità secondo una funzione lineare - quindi un cambiamento costante

La durata della collisione sarà calcolata correttamente solo se si tratta di una collisione senza slittamento. Per una collisione con slittamento, la rigidità strutturale è calcolata correttamente dalla penetrazione nella direzione normale nell'ambito dell'idealizzazione, ma non la durata della collisione.

In AnalyzerPro, il calcolo è più preciso, il tempo è calcolato separatamente per ogni area con comportamento diverso. Per l'area con una pendenza negativa della curva forza-deformazione, deve essere utilizzato un metodo di calcolo iterativo. Nessuna soluzione chiusa per il tempo può essere derivata dalla distanza data e dall'accelerazione in funzione della distanza. Se è stato possibile calcolare la durata di una collisione, si può calcolare anche l'accelerazione media del baricentro. L'accelerazione massima del baricentro può essere considerata circa il doppio dell'accelerazione massima del baricentro.