



2019

AnalyzerPro

Technisches Handbuch

Nach der Arbeit von Dr. W. Gratzner und Dr. H. Burg

Überarbeitet von M. Schmidt



ANALYZER PRO

Geschätzte Unfallexperten!

Das nachfolgende Handbuch basiert auf der großen wissenschaftlichen Vorarbeit, die von Dr. Werner Gratzner und Dr. Heinz Burg im Bereich der Unfallanalyse geleistet wurde. Die Zusammenfassung, die keinesfalls eine Vollständigkeit für sich beansprucht, soll Ihnen als schnelles Nachschlagewerk für die wichtigsten Formeln dienen.

Das Handbuch wird kostenlos allen Unfallexperten zur Verfügung gestellt. Als Zeichen Ihrer Wertschätzung würde ich mich freuen, Sie einmal persönlich zu einem unserer Seminare begrüßen zu dürfen.

Ich wünsche Ihnen eine spannende Arbeit und viel Freude mit dem Handbuch!

Matthias Schmidt

INHALT

Einleitung	1
Kinematik	4
Einleitung.....	4
Grundlagen	4
Größen und Einheiten	4
Gleichförmige Bewegung	4
Gleichmäßig beschleunigte Bewegung.....	4
Gleichmäßige Änderung der Beschleunigung	5
Weg-Zeit-Daten	5
Weg-Zeit-Rechnen (Modul).....	6
Einbiegeunfall und Auffahrunfall (Module)	7
Vorwärtsrechnung	7
Rückwärtsrechnung.....	9
Vermeidbarkeitsbetrachtung.....	11
Vermeidbarkeit (Modul)	11
Räumliche Vermeidbarkeit	11
Zeitliche Vermeidbarkeit	12
Losfahren-Abbremsen (Modul).....	12
Fußgänger - Schrankenverfahren (Modul).....	14
Kinematik und Dynamik des Fußgängerunfalles	16
Wurfweite von Fußgängern.....	18
Sichtverdeckung durch einen Gegenverkehr (Modul)	24
Überholmanöver (Modul)	25
Sichtwinkeländerung (Modul)	26
aufmerksamkeit (konzentrativ - distributiv).....	27
Visuelles System	28
Visuelle Informationsaufnahme.....	30
Spurwechselvorgang (Modul)	34
Wurfweite (Modul)	36
Kinetik	38
Einleitung.....	38
Grundlagen	38
Stoßhypothese.....	38

Die Stoßziffer k	39
Der Reibwert μ	41
Kollisionsanalyse.....	41
Rückwärtsanalyse.....	41
Vorwärtsanalyse	44
Maueranprall	47
Auslaufanalyse	48
Spurverfolgung (Auslaufanalyse Rückwärts)	48
Fahrdynamische Berechnung (Auslaufanalyse Vorwärts)	51
Berechnung der Kräfte zwischen Reifen und Fahrbahn	61
Einführung	61
Messtechnische Erfassung von Reifeneigenschaften	62
Mathematische Ersatzmodelle für Reifen	62
Modellbildung	63
Reifenmodell.....	64
Theoretische Grundlagen.....	65
Nachbildung von Reifenkennlinien	65
Approximation im Gleitbereich.....	66
Gleichwertigkeitsansatz für Schlupf und Schräglaufwinkel.....	67
Radlastabhängigkeit.....	69
Horizontaldynamikmodul	71
IPG-Tire Reifenapproximation	75
Weiterführende Literatur.....	78
Dimensionsangaben.....	79
Serienkollision (Modul)	81
Geschwindigkeitsänderung der Fahrzeuge	81
Berechnung der kollisionsbedingten Insassenbeschleunigung	85
Zusammenhang zwischen EES, bleibender Deformation und Struktursteifigkeit, Berechnung der Kollisionsdauer	91

KINEMATIK

EINLEITUNG

Die Kinematik ist ein Untergebiet der Mechanik, das die Bewegung von Körpern rein geometrisch beschreibt. Alle kinematischen Vorgänge können durch die Größen Zeit, Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung beschrieben werden. Kräfte, Massen, Impulse und Energien werden in der Kinematik nicht berücksichtigt.

GRUNDLAGEN

GRÖßEN UND EINHEITEN

a	Beschleunigung oder Verzögerung [m/s ²]
v	Geschwindigkeit [m/s] oder [km/h]
t	Zeit [s]
s	Weg [m]
Index A, z.B. v_A	Anfangs-, z.B. Anfangsgeschwindigkeit
Index E, z.B. v_E	End-, z.B. Endgeschwindigkeit
Index S, z.B. t_S	Schwell-, z.B. Schwellzeit
Index R, z.B. t_R	Reaktions-, z.B. Reaktionszeit
Index B, z.B. t_B	Brems-, z.B. Bremszeit

Es gilt allgemein die Konvention:

- $a > 0$: Bremsung
- $a < 0$: Beschleunigung

GLEICHFÖRMIGE BEWEGUNG

„Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit“

$$a = 0$$

$$v = \text{konst.} = v_A = v_E$$

$$s = v_A t + \text{konst.}$$

GLEICHMÄßIG BESCHLEUNIGTE BEWEGUNG

„Bremsen oder Beschleunigen“

$$a = \text{konst.}$$

$$v = a t + v_A$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_A t + \text{konst.}$$

GLEICHMÄßIGE ÄNDERUNG DER BESCHLEUNIGUNG

„Schwellphase“ - Diese Bewegungsform ist durch eine zeitlich konstante Änderung der Beschleunigung charakterisiert und tritt zum Beispiel beim Betätigen einer Bremse auf.

Mathematisch bedeutet dies einen zeitlich linearen Anstieg der Beschleunigung von $a = a_1$ bis zum Maximalwert $a = a_2$.

$$a = \begin{cases} \frac{a_2 - a_1}{t_s} t + a_1 & \text{für } 0 < t < t_s \\ a_2 & \text{für } t > t_s \end{cases}$$

Für $0 < t < t_s$ gilt:

$$v = \int a \, dt = \frac{a_2 - a_1}{2 t_s} t^2 + a_1 t + v_A$$

$$s = \int v \, dt = \frac{1}{6} \frac{a_2 - a_1}{t_s} t^3 + \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_A t + s_A$$

Am Ende der Schwellphase ergibt sich die Geschwindigkeit:

$$v(t_s) = v_1 = v_A + \frac{1}{2} (a_2 + a_1) t_s$$

Für den Schwellweg ergibt sich:

$$s(t_s) = s_s = v_A t_s + \frac{1}{6} (a_2 + 2 a_1) t_s^2$$

Die Anfangsgeschwindigkeit v_A ergibt sich durch Lösen der quadratischen Gleichung:

$$(2a_1 + 4a_2)v_A^2 + v_1(2a_1 - 2a_2)v_A - v_1^2(4a_1 + 2a_2) + 3(a_1 + a_2)^2 s_s = 0$$

WEG-ZEIT-DATEN

In jedem einzelnen Bewegungsabschnitt wird eine bestimmte Bewegungsform - nämlich entweder eine gleichförmige oder eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, oder eine gleichmäßige Änderung der Beschleunigung - angenommen.

Von 5 möglichen Werten müssen 3 angegeben werden. Die Phasen hängen nahtlos aneinander, daher müssen Anfangs- und Endgeschwindigkeit zweier aufeinanderfolgender Phasen immer ident sein.

Unfallbeteiligter

Name:
Pkw:

Berechnung:
☐ Vorwärts (Anfang --> Ende)
☒ Rückwärts (Ende --> Anfang)

	<<	1	2	3	4	5	6	7	>>
Phase		Bremse	Schwell	Reakt ▼					
Endgeschw.		0,00	30,12	32,64	0,00	0,00	0,00	0,00	km/h
Weg (-Intervall)		5,00	1,77	9,07	0,00	0,00	0,00	0,00	m
Bremsverzögerung		7,00	7,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	m/s ²
Zeit (-Intervall)		1,20	0,20	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	s
Anfangsgeschw.		30,12	32,64	32,64	0,00	0,00	0,00	0,00	km/h
Summe Weg		5,00	6,77	15,83	0,00	0,00	0,00	0,00	m
Summe Zeit		1,20	1,40	2,40	0,00	0,00	0,00	0,00	s
Position		0,00	5,00	6,77	15,83	0,00	0,00	0,00	m
Position Zeit		0,00	1,20	1,40	2,40	0,00	0,00	0,00	s

Beispiel: Phase 1: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung - Phase 2: gleichmäßige Änderung der Beschleunigung - Phase 3: Gleichförmige Bewegung.

WEG-ZEIT-RECHNEN (MODUL)

In diesem Modul werden die Phasen Bremsen, Schwellen und Reagieren als einheitlicher Vorgang durchgerechnet. Während der Reaktionsphase wird keine Beschleunigung oder Verzögerung angenommen. Die Spalte benötigt 5 Eingabewerte zur Berechnung.

Endgeschwindigkeit:
$$v_E = v_A - \frac{1}{2} a t_S - a t_B$$

Geschwindigkeit am Ende der Schwellphase:
$$v_1 = v_A - \frac{1}{2} a t_S$$

Gesamtweg:
$$s_{ges} = v_A t_R + v_A t_S - \frac{1}{6} a t_S^2 + v_1 t_B - \frac{1}{2} a t_B^2$$

Reaktionsweg:
$$s_R = v_A t_R$$

Schwellweg:
$$s_S = v_A t_S - \frac{1}{6} a t_S^2$$

Bremsweg:

$$s_B = v_A t_B - \frac{1}{2} a t_S t_B - \frac{1}{2} a t_B^2$$

Bremsdauer:

$$t_B = \frac{v_1^2 - v_E^2}{a}$$

Gesamtdauer:

$$t_{ges} = t_R + t_S + t_B$$

Je nach Problemstellung werden die Gleichungen miteinander verknüpft und entsprechend aufgelöst. Auf diese Art und Weise sind 41 verschiedene Rechenangaben möglich.

Für die Schwelldauer können folgende Werte grob als Richtwert angenommen werden:

PKW	$t_S = 0,2 - 0,4 \text{ s}$
Motorrad	$t_S = 0,3 - 0,5 \text{ s}$
LKW	$t_S = 0,3 - 0,4 \text{ s}$

Weg-Zeit-Rechnen : Matthias ...

Fahrzeug	1	2
Ab Abschnitt	1	1
Reaktionsdauer:	1,00	1,00 s
Schwelldauer:	0,20	0,20 s
Anfangsgeschw.:	34,84	50,00 km/h
Bremsweg:	8,42	8,39 m
Bremszeit:	1,84	0,98 s
Bremsverzögerung:	5,00	9,01 m/s ²
Endgeschw.:	0,00	15,00 km/h
Gesamtweg:	20,00	25,00 m
Gesamtzeit:	3,04	2,18 s
Brems+Schw.Weg:	10,32	11,11 m
Fehlbremsstrecke:	0,00	0,96 m

EINBIEGEUNFALL UND AUFFAHRUNFALL (MODULE)

Diese Module behandeln die Situation eines voranfahrenden Fahrzeuges, das von einem Nachfahrenden eingeholt wird. Entweder das vordere Fahrzeug beschleunigt und biegt ein (Einbiegeunfall) oder es bremst ab und fährt dabei in eine Kolonne (Auffahrnfall).

Berechnet werden können die Folgen einer bestimmten Ausgangssituation (Vorwärtsrechnung) oder umgekehrt (Rückwärtsrechnung).

VORWÄRTSRECHNUNG

Beide Anfangsgeschwindigkeiten, Endabstand und die Bogenkorrektur müssen gegeben sein. Berechnet werden entweder Differenzgeschwindigkeit, Anfangsabstand oder die Reaktionszeit des hinteren Unfallbeteiligten.

BERECHNUNG DER DIFFERENZGESCHWINDIGKEIT

S _{ge1}	Gesamtweg des Einbiegers bzw. vorderen Fahrzeuges (Fahrzeugmitte)
S _{ge2}	Gesamtweg des auffahrenden Fahrzeuges
dist	Endabstand
S _o	Anfangsabstand
korr	Bogenkorrektur, die eine eventuelle Bogenfahrt, die Fahrzeuglänge und den Kollisionswinkel berücksichtigt

Die Gesamtzeit ergibt sich aus der Gleichung: $s_{ge2} + dist = s_{ge1} + s_o - korr$

Korr = Weg der Fahrzeugmitte des Einbiegers abzüglich Differenz der Projektionen der Positionen:

$$korr = R_M(\alpha - \beta) + R_V \sin(\beta - \mu) + R_H \sin(\beta + \gamma)$$

$$R_M = \sqrt{\left(R + \frac{B}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2} - \ddot{U}\right)^2}$$

$$\mu = \arctan\left(\frac{L - \ddot{U}}{R + B}\right)$$

$$R_V = \sqrt{(R + B)^2 + (L - \ddot{U})^2}$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{\ddot{U}}{R + B}\right)$$

$$R_H = \sqrt{(R + B)^2 + \ddot{U}^2}$$

L ... Fahrzeuglänge
B ... Fahrzeugbreite
Ü ... Fahrzeugüberhang hinten
 α ... Kurvenwinkel (Drehwinkel)
 β ... Kollisionswinkel

R ... Kurveninnenradius
 R_M ... Radius des Fahrzeugmittelpunktes
 R_V ... Radius des vorderen Ecks
 R_H ... Radius des hinteren Ecks

Für den Kollisionswinkel gilt (ohne Geschwindigkeitsobergrenze):

$$\beta = \alpha - \frac{s_{ge1}}{R_M} = \alpha - (v_{A1} t_{ge} + \frac{1}{2} a_1 t_{ge}^2)$$

Die sich daraus ergebende Gleichung für t_{ge} kann nicht geschlossen gelöst werden, wenn korr nicht konstant angenommen wird. Es wird daher zunächst mit $\beta = 0$ und dem sich daraus ergebenden Wert von korr die Gesamtzeit t_{ge} errechnet, dann wird aus t_{ge} ein neuer Wert von β und korr berechnet und mit diesem wiederum t_{ge} , sodass iterativ der richtige Wert erreicht wird.

Berechnet werden t_{ge} (Gesamtzeit) und die Endgeschwindigkeiten. Berücksichtigt wird eine eventuell vorzeitig erreichte Geschwindigkeitsbegrenzung des vorderen Fahrzeuges und die Möglichkeit, dass $t_{ge} < t_R + t_S$ sein kann. In diesem Fall werden die Formeln entsprechend abgewandelt.

BERECHNUNG DES TIEFENABSTANDES

Zu einer bestimmten Ausgangssituation gibt es immer 2 Lösungen, eine mit der Kollision während der Reaktions- bzw. Schwellphase und eine mit der Kollision während der Bremsphase bzw. nach Erreichen der Geschwindigkeitsgrenze des vorderen Fahrzeuges. Zu jedem Wert der Reaktionsdauer gibt es einen Maximalwert der Differenzgeschwindigkeit.

Ist der gegebene Wert der Differenzgeschwindigkeit größer als der Maximalwert, so wird die Reaktionszeit berechnet, die mindestens benötigt wurde, dass bei der gegebenen Ausgangssituation die gegebene Differenzgeschwindigkeit entstehen konnte. Berechnet wird der größtmögliche Wert des Tiefenabstandes (am Beginn der Bremsphase, wenn die Verzögerungswerte verschieden, am Ende der Bremsphase, wenn die Verzögerungswerte gleich)

Wenn die Verzögerungswerte gleich sind, gilt zu berücksichtigen, dass, wenn die Kollision während der Bremsphase des vorderen Fahrzeuges stattfindet, die Differenzgeschwindigkeit vom Tiefenabstand unabhängig und nur von der Reaktionszeit abhängig ist.

Für $a_1 - a_2 \neq 0$ gilt:

$$t_{ge} = \frac{v_{A2} - \frac{1}{2} a_2 t_{S2} - du - v_{A1} + a_2 (t_{R2} + t_{S2})}{a_1 + a_2}$$

du ... Differenzgeschwindigkeit

Kommt das vordere Fahrzeug bereits vor der Kollision zum Stillstand bzw. erreicht vorher die Endgeschwindigkeit, so gilt:

$$t_{ge} = \frac{v_{A2} - \frac{1}{2} a_2 t_{S2} - v_{ob1} - du + a_2 (t_{R2} + t_{S2})}{a_2}$$

Diese Formel kommt auch zur Anwendung, wenn $a_1 - a_2 = 0$ gilt unter der Bedingung:

$$du < v_{A2} - \frac{1}{2} a_2 t_{S2} + v_{A1} - a_1 t_{S2}$$

Ist die Differenzgeschwindigkeit zu groß, so lässt sich die Reaktionszeit berechnen:

$$t_R = \frac{du - v_{A2} + \frac{1}{2} a_2 t_{S2} + v_{A1} - a_1 t_{S1}}{a_1}$$

Aus der Endgeschwindigkeit von Fahrzeug 1 und der Differenzgeschwindigkeit wird die Endgeschwindigkeit von Fahrzeug 2 berechnet. Somit lässt sich die Bremszeit von Fahrzeug 2 berechnen und weiter die Gesamtzeit.

RÜCKWÄRTSRECHNUNG

Gegeben muss der Weg von Fahrzeug 1 sein. Berechnet werden kann:

1. Die Anfangsgeschwindigkeit, wenn die Reaktionszeit des hinteren Fahrzeuges und die Differenzgeschwindigkeit zum Kollisionszeitpunkt gegeben sind.

2. Die Reaktionsdauer, wenn die Anfangsgeschwindigkeit des hinteren Fahrzeuges und die Differenzgeschwindigkeit gegeben sind.
3. Die Differenzgeschwindigkeit, wenn die Anfangsgeschwindigkeit des hinteren Fahrzeuges und die Reaktionsdauer gegeben sind.
4. Die Reaktionszeit und Bremsverzögerung.

Zuerst wird t_{ge} aus den Daten des vorderen Fahrzeuges berechnet:

- Aus dem Kollisionswinkel, wenn dieser > 0 eingegeben wurde: $s_{ge1} = R_M (\alpha - \beta)$

- Oder aus v_E : $s_{ge1} = \frac{(v_E^2 - v_A^2)}{2 a_1}$

Und weiter: $t_{ge} = \frac{v_E - v_A}{a_1} + t_{konst}$

t_{konst} ist die Zeit, mit der nach Erreichen der eventuell vorhandenen Geschwindigkeitsbegrenzung weitergefahren wird, v_E ist dann gleich der Geschwindigkeitsgrenze v_{gr} .

$$t_{konst} = t_{ge} - \frac{(v_{gr}^2 - v_A^2)}{2 a_1}$$

1. Berechnung der Anfangsgeschwindigkeit des Auffahrenden:

$$v_{12} = v_{E2} + a_2 t_{B2}$$

$$t_{B2} = t_{ge} - t_{R2} - t_{S2}$$

$$v_A = v_{12} + a_2 t_{S2}$$

2. Berechnung der Reaktionszeit des Auffahrenden:

$$v_{12} = v_{A2} - \frac{a_2}{2} t_{S2}$$

$$v_{E2} = v_{E1} + du$$

3. Berechnung der Differenzgeschwindigkeit des Auffahrenden:

Es wird analog v_{12} und t_{B2} und weiter v_{E2} berechnet. Die Differenzgeschwindigkeit ergibt sich dann aus der Differenz zu v_{E1} .

4. Berechnung der Reaktionszeit und Bremsverzögerung:

Aus dem Weg des Fahrzeuges 1 und dem Anfangsabstand lässt sich der Gesamtweg von Fahrzeug 2 berechnen. Somit sind von Fahrzeug 2 der Gesamtweg, die Gesamtzeit, die Anfangsgeschwindigkeit und die Endgeschwindigkeit gegeben. Daraus lassen sich die anderen Werte berechnen.

VERMEIDBARKEITSBETRACHTUNG

Berechnet werden die verschiedenen Möglichkeiten, die Kollision zu vermeiden. Die Vermeidbarkeitsbetrachtung kann mit oder ohne Sicherheitsabstand am Ende erfolgen (wenn die Reaktionszeit gegeben wird).

Die Kollision wird vermieden, wenn die Endgeschwindigkeiten rechtzeitig gleich groß werden. Dies kann erreicht werden durch:

Vergrößerung von Beschleunigung a_1 , Bremsverzögerung a_2 oder Anfangsabstand s_0 .

Oder

Verkleinerung der Bremsausgangsgeschwindigkeit v_{A2} .

Die Größe, die berechnet werden soll, wird solange verändert, bis

$$v_{E1} \cos(\text{Kollisionswinkel}) = v_{E2}$$

erreicht ist bzw. bis die Gleichung nicht mehr gelöst werden kann.

Dabei erfolgt wieder eine iterative Anpassung an die bei der Vermeidbarkeitsberechnung jeweils auftretende neue Bogenkorrektur.

VERMEIDBARKEIT (MODUL)

Bezüglich der Vermeidbarkeit gibt es 3 verschiedene Fragestellungen:

- Wie hoch hätte die Ausgangsgeschwindigkeit sein müssen...
- Wie hoch hätte die Bremsverzögerung sein müssen...
- Wo hätte reagiert werden müssen (mit der ursprünglichen Verzögerung und Ausgangsgeschwindigkeit)...

... damit die Kollision vermieden hätte werden können.

Die Vermeidbarkeit kann räumlich und zeitlich berechnet werden.

RÄUMLICHE VERMEIDBARKEIT

Das gegnerische Fahrzeug (2) muss die Fehlbremsstrecke zurücklegen. Der kollisionsfreie Endpunkt verlagert sich um diesen Wert.

Fehlbremsstrecke: $s_{fehl} = \frac{v_{K2}^2}{2 a_2}$

Vermeidende Ausgangsgeschwindigkeit:

$$v_{A1}^2 + a_1 (2 t_{R1} + t_{S1}) v_{A1} - \frac{(a_1 t_{S1})^2}{12} - 2 a_1 (s_{ge} - s_{fehl}) = 0$$

Vermeidende Bremsverzögerung:

$$\frac{a_1^2 t_{S1}^2}{12} + \left(2 (s_{ge} - s_{fehl}) - v_{A1} (2 t_{R1} + t_{S1}) \right) a_1 - v_{A1}^2 = 0$$

Vermeidender Reaktionspunkt: $s_{ge} => s_{ge} + s_{fehl}$

ZEITLICHE VERMEIDBARKEIT

Hierfür muss die Räumzeit des gegnerischen Fahrzeuges (2) zur Verfügung stehen.

Räumzeit: $t_{gez} = t_{ge} + t_{räum}$

Vermeidende Ausgangsgeschwindigkeit:

$$v_{A1} = \frac{\left(s_{ge} + \frac{a_1}{2} \left(t_{B1}^2 + t_{B1} t_{S1} + \frac{t_{S1}^2}{3} \right) \right)}{t_{gez}}$$

Vermeidende Bremsverzögerung:

$$a_1 = 6 \frac{v_{A1} t_{ge} - s_{ge}}{t_{S1}^2 + 3 t_{B1} (t_{S1} + t_{B1})}$$

Vermeidender Reaktionspunkt:

$$t_{B1} = t_{gez} - t_{R1} - t_{S1}$$

$$v_{E1} = v_{A1} - a_1 t_{B1}$$

$$s_{ge} = v_{A1} t_{R1} + s_{B1} + s_{S1}$$

LOSFAHREN-ABBREMSEN (MODUL)

Ein Fahrzeug wird aus einer Anfangsgeschwindigkeit v_A mit der Beschleunigung a_1 beschleunigt und nach einer Dauer t_U gleichbleibender Geschwindigkeit mit a_2 bis zur Endgeschwindigkeit v_E abgebremst.

Für die Zeit t , bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit, gilt:

$$\begin{aligned} & a_1 (a_1 + a_2) t^2 + 2 (a_2 v_A + a_1 a_2 (t_U + t_S) + a_1 (2 v_A - a_2 t_S)) t \\ & + 2 a_2 v_A (t_U + t_S) - a_2^2 \frac{t_S^2}{3} + \left(v_A - a_2 \frac{t_S}{2} \right)^2 - v_E^2 - 2 a_2 s_{ge} = 0 \end{aligned}$$

Erreichte Höchstgeschwindigkeit: $v_{max} = v_A + a_1 t$

Bremszeit:

$$t_B = \frac{v_1 - v_E}{a_2}$$

Gesamtzeit:

$$t_{ge} = t + t_U + t_S + t_B$$

Reaktionszeitpunkt:

$$t_{Reakt} = t + t_U - t_R \quad (\text{nach dem Losfahren})$$

Wenn $t_U > t_R$ gilt, dann errechnet sich der Reaktionsort durch:

$$s_{Reakt} = v_A t_1 + \frac{a_1}{2} t_1^2 + v_{max} (t_u - t_R)$$

Sonst durch:

$$s_{Reakt} = v_A t_{Reakt} + \frac{a_1}{2} t_{Reakt}^2$$

Losfahren-Abbremsen : Matthias Schmidt

Fahrzeug: 1	Ab Abschnitt: 1			OK
Anfangsgeschw.: 0,00	km/h	Reaktionsdauer: 1,00	s	Abbrechen
Schwelldauer: 0,00	s	Schwelldauer: 0,20	s	Hilfe
Beschleunigung: 1,50	m/s ²	Verzögerung: 3,00	m/s ²	
Zeit mit konst. Geschw.: 0,00	s	Endgeschwindigkeit: 0,00	km/h	
Geschw. grenze: 0,00	km/h	Gesamtweg: 20,00	m	
Fahrtrichtung ☒ vorw. ☐ rückw.		Gesamtzeit: 6,33	s	☒ Daten übertragen
berechneter Gefahren-Erkennungspunkt				
Reaktionsort: 7,29	m nach Losfahrbeginn	12,71	m vor	Rechnen
Reaktionszeitpunkt: 3,12	s nach Losfahrbeginn	3,21	s vor Ende	
erreichte Geschw.: 22,41 km/h (am Ende der Reaktionsphase)				
Räumliche Vermeidbarkeitsbetrachtung				
Daten übertragen in Fahrzeug:				
Gefahren-Erkennungspunkt: ☒ notwendiger ☐ möglicher				
Reaktionsort: 7,29	m nach Losfahrbeginn	12,71	m vor	Löschen
Reaktionszeitpunkt: 3,12	s nach Losfahrbeginn	3,21	s vor Ende	
Gesamtweg: 20,00	m	Gesamtzeit: 6,33	s	Graphik
erreichte Geschw.: 22,41 km/h (am Ende der Reaktionsphase)				

Im selben Modul kann man den letztmöglichen (notwendigen) Reaktionspunkt ausrechnen, an dem das Fahrzeug auf der angegebenen Gesamtwegstrecke noch zum Stillstand kommt. Alternativ kann ein möglicher Reaktionspunkt eingegeben werden, wodurch der benötigte Weg bis zum Stillstand ausgerechnet wird.

s_{AR} ... Weg bis zum Beginn der Reaktion

t_{AR} ... Zeit bis zum Beginn der Reaktion

Zusammenhang zwischen s_{AR} und t_{AR} :

$$t_{AR} = -\frac{v_A}{a_1} + \sqrt{\left(\frac{v_A}{a_1}\right)^2 + 2 \frac{s_{AR}}{a_1}}$$

$$s_{AR} = v_A t_{AR} + a_1 \frac{t_{AR}^2}{2}$$

Für die Geschwindigkeit zum Reaktionszeitpunkt gilt:

$$v_{Reakt} = \sqrt{v_A^2 + 2 a_1 s_{AR}}$$

Für die erreichte Höchstgeschwindigkeit gilt:

$$v_{max} = v_{Reakt} + a_1 t_R$$

$$s_R = v_{Reakt} t_R + \frac{a_1 t_R^2}{2}$$

Unter Anwendung der allgemeinen Formeln folgt:

$$s_{ge} = s_{AR} + s_R + s_S + s_R$$

$$t_{ge} = t_{AR} + t_R + t_S + t_B$$

FUßGÄNGER - SCHRANKENVERFAHREN (MODUL)

Fußgängerunfälle lassen sich aufgrund der verschiedenen Arten des Kontaktes zwischen Fußgänger und Kraftfahrzeug in mehrere Gruppen unterteilen. Die drei Hauptgruppen werden gebildet vom Anfahren an der Front, dem Überfahren und dem seitlichen Streifen. Diese durch die Kontaktgeometrie bestimmten Gruppen können durch geometrische und kinematische Größen weiter unterteilt werden.

Die korrekte Ermittlung des Typs ist essentiell, da für jede Untergruppe unterschiedliche Rekonstruktionsmethoden anzuwenden sind. Die Übergänge zwischen den meisten Gruppen sind fließend, wodurch eine eindeutige Zuordnung zusätzlich erschwert wird.

1. Anfahren an Front (voller Frontalzusammenstoß):

Der Fußgänger befindet sich mit dem ganzen Körper vor und innerhalb des Umrisses des Fahrzeugs. Der Körper des Fußgängers wird auf die Geschwindigkeit des Fahrzeugs beschleunigt.

1a. Gebremster Zusammenstoß:

Der Fußgänger löst sich vom Fahrzeug und prallt nach einer Flugphase auf die Straße, wo er nach einer gewissen Phase des Rutschens oder Rollens zur Ruhe kommt. Die Endlage des Fußgängers befindet sich vor dem Endstand des Kraftfahrzeugs. Für diesen Fall liegen sehr gute Versuchsergebnisse vor und deshalb lassen sich präzise Aussagen über die Kollisionsgeschwindigkeit und die Kollisionsstelle machen.

1b. Ungebremster Zusammenstoß:

Unterschiedliche Anstoßgeometrien haben hier voneinander abweichende Endlagen zur Folge:

- Der Fußgänger bleibt bis zur eingeleiteten Bremsung auf dem Fahrzeug liegen. Danach löst er sich und fällt auf die Fahrbahn. Je nach Lage des Fußgängers auf dem Fahrzeug und Intensität der Bremsung kann der Fußgänger bis zum Stillstand des Fahrzeugs mitgenommen werden.
- Der Fußgänger fällt nach dem Aufwerfen seitlich herunter und kommt hinter dem Endstand des Fahrzeugs zu liegen.
- Befindet sich der Fußgänger nach dem Unfall hinter dem Fahrzeug, deuten die Unfallspuren darauf hin, dass der Fußgänger über das Dach des Fahrzeugs geschleudert wurde. Die Wurfweite ist dann annähernd identisch mit der des gebremsten Anstoßes.

2. Anfahren an Front (teilweiser Frontalzusammenstoß):

Im Gegensatz zum vollen Frontalzusammenstoß befindet sich der Fußgänger im Moment des Aufpralls nicht vollständig innerhalb des Umrisses des Fahrzeugs. Diese Anstoßgeometrie führt nicht zwangsläufig zu einem Abgleiten des Fußgängers auf die Fahrzeugseite. Man unterteilt den teilweisen Frontalzusammenstoß je nach Gehrichtung des Fußgängers in die zwei Kategorien hineingehend und hinausgehend.

2a. Hineingehend:

Der Fußgänger kommt nur mit den Randbereichen der Fahrzeugfront in Kontakt. Am häufigsten nur mit dem Bein, mit dem er gerade einen Schritt getätigt hat. Nach dem Primärkontakt erfolgt eine Drehung des Fußgängers um seine Längsachse. Die beim Stoß übertragene Energie wandelt sich nahezu vollständig in Rotationsenergie des Fußgängers um, der dann an der Fahrzeugseite entlang gleitet. Dies hat Beschädigungen an der Fahrzeugseite und weitere Verletzungen des Fußgängers zur Folge.

2b. Hinausgehend:

Der Ablauf ist ähnlich dem beim hineingehenden Fußgänger. Der Fußgänger kommt nur mit den Randbereichen der Fahrzeugfront in Kontakt. Am häufigsten nur mit dem Bein, mit dem er gerade zum nächsten Schritt ansetzt. Nach dem Primärkontakt erfolgt eine Drehung des Fußgängers um seine Längsachse. Die beim Stoß

übertragene Energie wandelt sich ebenfalls nahezu vollständig in Rotationsenergie um. Da sich der Fußgänger vom Fahrzeug entfernt, kommt es nicht zu einer Berührung mit der Seite des Fahrzeugs.

3. Seitliches Streifen:

Von seitlichem Streifen spricht man, wenn der Fußgänger ausschließlich mit der Fahrzeugseite in Kontakt kommt. Handelt es sich um einen hineingehenden Fußgänger, so prallt er gegen die Fahrzeugseite, wird vom Fahrzeug weggeschleudert und kommt hinter der Linie der vorderen Fahrzeugseite zu liegen.

Bewegt er sich parallel zum Fahrzeug, kann ein atypisches seitliches Streifen entstehen, bei dem der Fußgänger von seitlich am Fahrzeug herausstehenden Teilen erfasst wird. Von diesen wird er dann sofort zurückgeschleudert und hinterlässt am Fahrzeug keine weiteren Spuren.

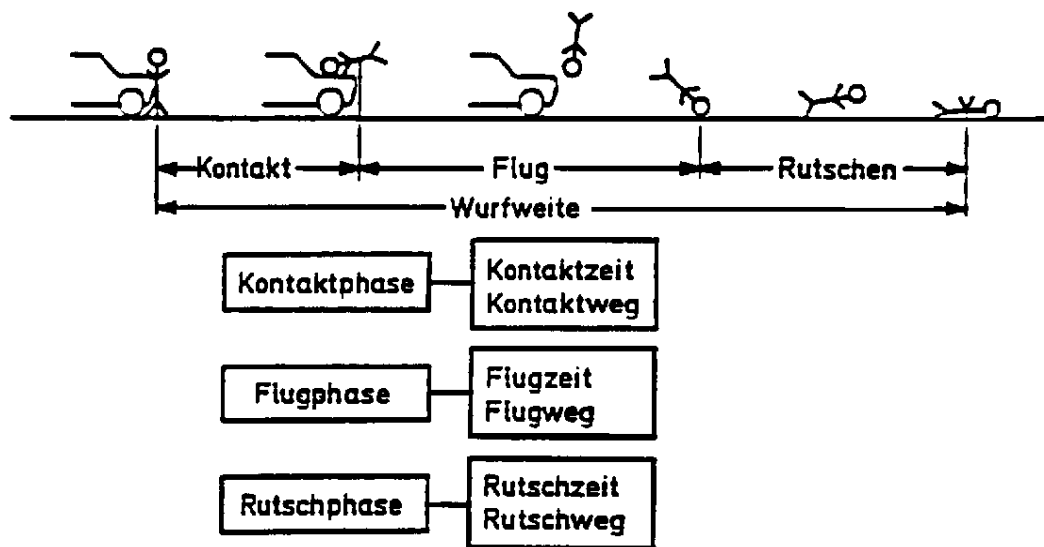
4. Überfahren:

Beim Überfahren fährt ein Fahrzeug mindestens mit einem Rad über den Körper des Fußgängers hinweg. Ohne vorherigen Kontakt des Fußgängers mit dem ihn überfahrenden Fahrzeug spricht man vom einfachen Überfahren, d.h. der Fußgänger wurde zuvor von einem anderen Fahrzeug getroffen und auf die Fahrbahn geschleudert oder lag aus anderen Gründen schon auf der Fahrbahn.

Wird der Fußgänger von einem Fahrzeug erfasst und von diesem überfahren, so liegt ein kompliziertes Überfahren vor. Dieser Fall kommt sehr selten vor. Hauptsächlich bei kastenförmigen Fahrzeugen mit geringer Verzögerung.

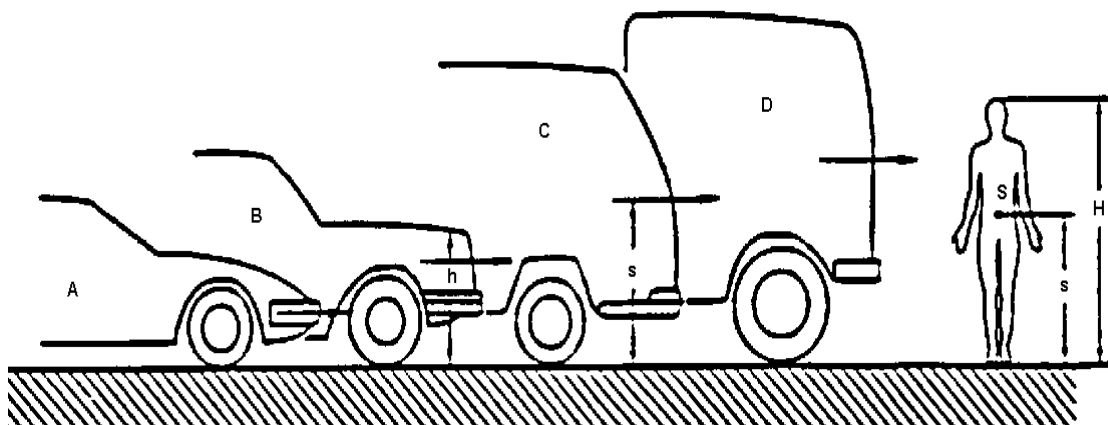
KINEMATIK UND DYNAMIK DES FUßGÄNGERUNFALLES

Die Kollision zwischen Fußgänger und Kraftfahrzeug lässt sich in die drei Phasen einteilen: Kontakt-, Flug- und Rutschphase.



Die Kontaktphase wird durch den Primärstoß eingeleitet und durch das Ablösen des Fußgängers vom Fahrzeug beendet. Die während des Primärstoßes auf den Fußgänger übertragene Energie wird nun beim Sekundärstoß, während der Rutschphase und gegebenenfalls beim Tertiärstoß wieder abgebaut.

Um nun den Ablauf während eines Unfalls genauer erklären zu können, muss zusätzlich die Fahrzeuggeometrie einbezogen werden. Diese wird je nach dem Karosserieprofil in vier Grundtypen eingeteilt.



Typ A:

Bei diesen keilförmigen Fahrzeugen erfolgt der Primärstoß meistens durch den Stoßfänger, der den Fußgänger unterhalb des Schwerpunktes trifft und eine Rotation zum Fahrzeug hin auslöst. Zusätzlich bewegt sich der Fußgänger vom Fahrzeug weg und prallt entsprechend der Länge der Motorhaube und der Kollisionsgeschwindigkeit unterschiedlich weit entfernt von der Fahrzeugfront auf. Bei geringen Geschwindigkeiten wird beim Kopf- und Rumpfaufprall der Drehimpuls aufgehoben.

Bei Kollisionsgeschwindigkeiten ab etwa 30 km/h kann der Drehimpuls so groß werden, dass der Kopf- und Rumpfaufprall nicht ausreicht um den Drehimpulse

auszugleichen. Es kommt zu einem Anheben des Fußgängerschwerpunktes, was im Extremfall sogar zum Wurf über das Fahrzeug führen kann.

Typ B:

Im Unterschied zum Typ A werden hier keine so hohen Drehimpulse erreicht, da der Fußgänger nicht so weit unterhalb des Schwerpunkts getroffen wird. Erst bei höheren Geschwindigkeiten kann der Kopf des Fußgängers die Windschutzscheibe erreichen.

Typ C:

Der Fußgänger wird in voller Länge erfasst. Der Hauptanstoßpunkt liegt in der Nähe des Schwerpunkts. Es findet deshalb nahezu keine Drehung bzw. Anhebung statt.

Typ D:

Die erhöhte Lage des Stoßfängers im Gegensatz zu Typ C führt zu einer Drehung vom Fahrzeug weg. Die Gefahr eines Überfahrens ist hier besonders groß, da durch den negativen Drehimpuls sehr geringe Wurfweiten entstehen. Der Fußgänger wird sozusagen direkt vor dem Fahrzeug auf den Boden geschleudert.

WURFWEITE VON FUßGÄNGERN

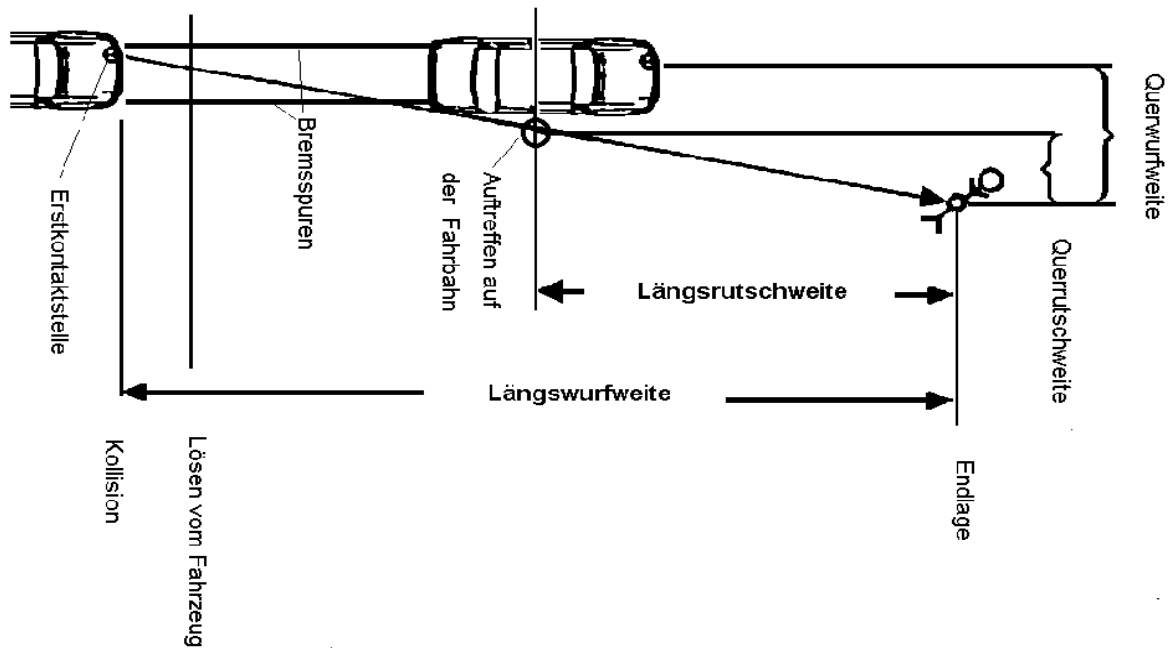
Unter dem Begriff Wurfweite wird eine Anzahl von Werten zusammengefasst, aus denen sich sehr gute Aussagen über die Kollisionsgeschwindigkeit ableiten lassen.

Wurfweite: Abstand zwischen der Kollisionsstelle und der Endlage des Fußgängers in Richtung der Längsachse des Fahrzeugs.

Querwurfweite: Abstand zwischen dem Hüftanstoßpunkt des Fußgängers am Fahrzeug in Kollisionsstellung und der Endlage des Körpers in Richtung der Querachse des Fahrzeugs.

Rutschweite: Abstand zwischen der Erstberührungsstelle des Fußgängers mit der Fahrbahn nach dem Trennen vom Fahrzeug und der Endlage des Körpers in Richtung der Längsachse des Fahrzeugs.

Querrutschweite: Abstand zwischen der Erstberührungsstelle des Fußgängers mit der Fahrbahn nach dem Trennen vom Fahrzeug und der Endlage des Körpers in Richtung der Querachse des Fahrzeugs.



FUßGÄNGERWURFWEITE NACH KÜHNEL (GLOBAL)

Versuche von Kühnel haben zu folgendem Zusammenhang zwischen der Wurfweite s und der Kollisionsgeschwindigkeit v_k in Abhängigkeit der Verzögerung a geführt:

$$s = 0,0178 a v_k + 0,0271 \frac{v_k^2}{a}$$

Löst man die Gleichung nach der Kollisionsgeschwindigkeit v_k auf, so ergibt sich:

$$v_k = \sqrt{0,107855 a^4 + 36,90037 a s} - 0,328414 a^3$$

Die Formeln sind nur anwendbar, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Es muss sich um einen vollen Frontalzusammenstoß handeln.
- Der Anstoß erfolgt durch einen Pkw.
- Der Anstoß erfolgt in gebremstem Zustand.
- Die Verzögerung muss mindestens 3 m/s^2 betragen.
- Es darf sich nicht um sehr kleine Personen (z.B. Kinder) handeln, da sich bei ihnen aufgrund des hohen Stoßpunktes gegenüber dem Schwerpunkt geringere Wurfweiten ergeben.

FUßGÄNGERWURFWEITE NACH KÜHNEL (VERZÖGERUNG)

Diese Versuchsreihe von Kühnel gibt den Zusammenhang zwischen der Wurfweite s und der Kollisionsgeschwindigkeit v_k ohne Berücksichtigung der Bremsverzögerung a an.

Obere Schranke: $s = 0,00375 v_k^2 + 0,175 v_k$

Untere Schranke: $s = 6,81818 \cdot 10^{-6} v_k^3 + 2,55682 \cdot 10^{-3} v_k^2 - 0,827273 v_k$

FUßGÄNGERWURFWEITE NACH RAU, OTTE UND SCHULZ

Nach den Realversuchen und Auswertungen von Rau, Otte und Schulz gilt der Zusammenhang:

$$s = 0,0052 v_k^2 + 0,0783 v_k$$

Als Bedingungen gelten hierfür:

- Der Fußgänger muss voll getroffen sein. Der Anstoß erfolgt an der Front.
- Anstoß mit PKW oder Transporter.
- Verzögerung $> 4,5 \text{ m/s}^2$ durchgehend bis in die Endlage und beginnend spätestens unmittelbar nach dem Beginn des Anstoßes.
- Endlage des Fußgängers vor der Front des Fahrzeugs.
- Für sehr kleine Kinder ergeben sich geringere Wurfweiten.

FUßGÄNGERWURFWEITE NACH DETTINGER

Das Modell nach Dettinger (Dekra) ist für einen Anstoß anzuwenden, bei dem erst bei der Kollision oder bis zu 0,6 s nach der Kollision gebremst wurde. Ist das Fahrzeug bei der Kollision nicht gebremst, so ist der Stoßpunkt wegen des fehlenden Bremsnickens etwas höher und der Anstoßfaktor größer. Dadurch sind größere Längswurfweiten als beim gebremsten Anstoß zu erwarten.

$$s = 0,0000164 v_k^3 + 0,00452 v_k^2 + 0,071 v_k + 2,5$$

Dettinger gibt die Grenzen für v_k mit $\pm 4 \text{ km/h}$ an.

RADFAHRERWURFWEITE NACH KRIEG, RITTER ET. AL.

Mittels Versuchen ergab sich ein Gesamtdiagramm, welches sowohl für Kreuzungs- als auch für Heckkollisionen Gültigkeit hat.

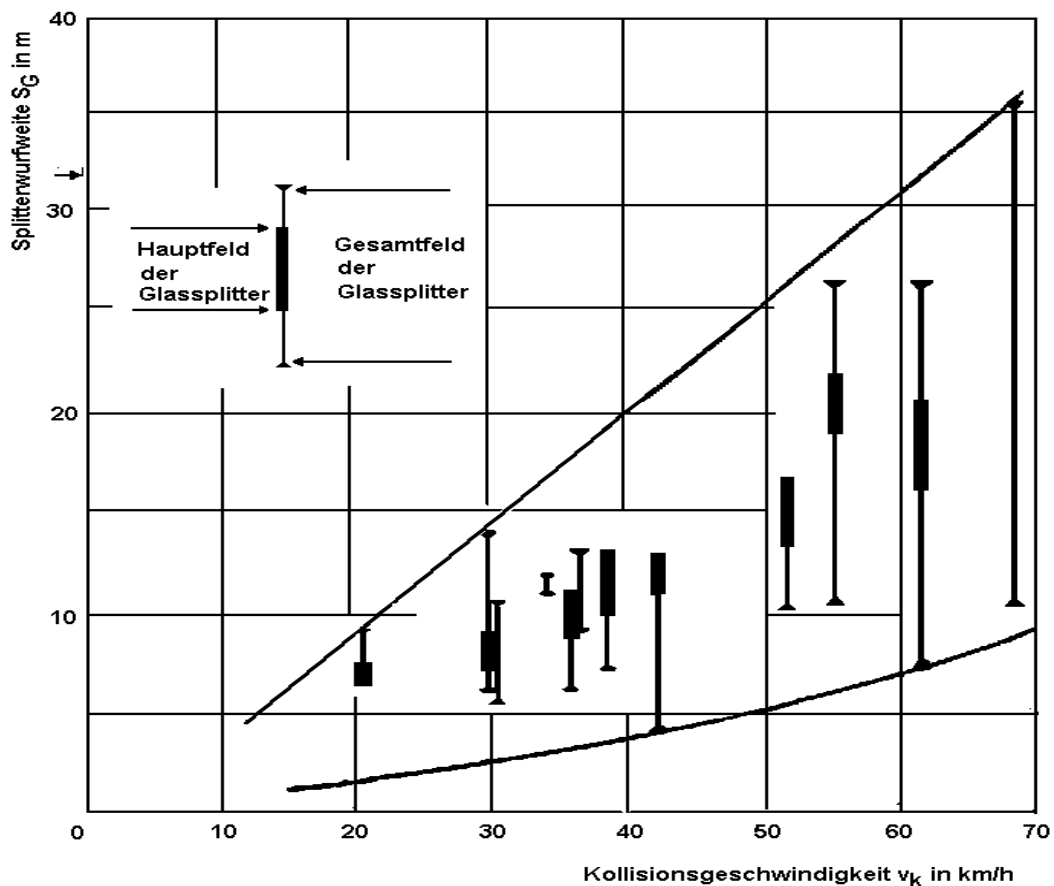
Minimale Toleranz: $s = 0,0028313 v^2 + 0,3 v$

Gesamtkurve: $s = 0,0028313 v^2 + 0,1635798 v$

Maximale Toleranz: $s = 0,0028313 v^2 + 0,0271596 v$

WURFWEITEN VON GLASSPLITTERN

Aus den experimentellen Untersuchungen von Braun und Kühnel über die Wurfweiten von Scheinwerfer- und Frontscheibenglassplittern lassen sich Aussagen über die Kollisionsstelle und die Kollisionsgeschwindigkeit ableiten.



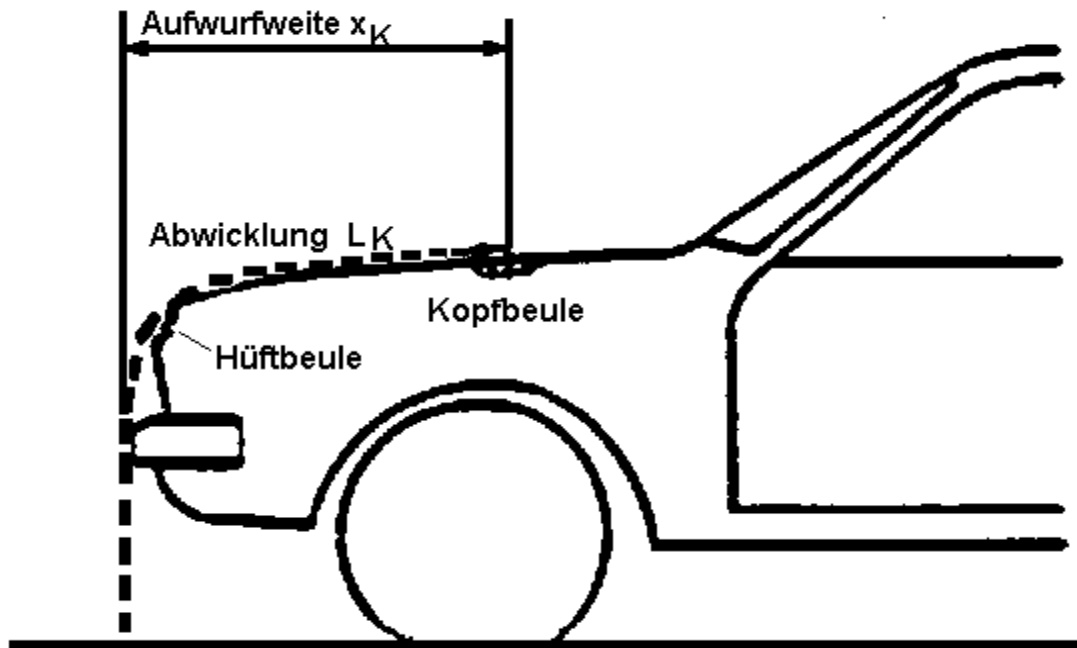
Bei Auswahl des Gesamtsplitterfeldes wird die Wurfweite nach Versuchen der Dekra wie folgt berechnet:

Erster Glassplitter: $s = 0,0018 v_k^2 - 0,0544 v_k$

Letzter Glassplitter: $s = 0,5 v_k$

DIE ABWICKLUNG

Aus der Abwicklung des Fußgängers lassen sich ungefähre Aussagen über die Kollisionsgeschwindigkeit treffen. Die Abwicklung ist definiert als die Länge zwischen Fahrbahn und Kopfaufprallstelle entlang der Fahrzeugoberfläche.



Nach Kühnel gilt für die Abwicklung:

$$L_K = 0,7 H_{Fg} + c v_k$$

L_K ... Abwicklung

c ... Karosseriekonstante (1 - 2,5 cm/km/h)

H_{Fg} ... Höhe des Fußgängers

Kühnel gibt c mit etwa 1 cm/km/h an, allerdings gemessen an älteren Fahrzeugen mit steiler Front. Je flacher die Motorhaube, desto größer ist c anzunehmen.

Es ist zu beachten, dass bei Kollisionsgeschwindigkeiten bis ca. 20 km/h der Kopf des Fußgängers tendenziell an derselben Stelle auf das Fahrzeug prallt. Erst bei höheren Geschwindigkeiten vergrößert sich die Abwicklung entsprechend der Konstante c um etwa 1 bis 2.5 cm pro 1 km/h.

Die Abwicklung hängt sehr stark von der Karosseriekonstante c ab, diese wiederum ist abhängig von der Form der Fahrzeugfront. Wenn diese Formkonstante nicht gut bekannt ist, sollte von der Verwendung der Abwicklung abgesehen oder zumindest ein entsprechend großer Toleranzbereich angegeben werden. Die Abwicklung dient aber als guter Kontrollwert.

BEWEGUNGSGESCHWINDIGKEIT VON FUßGÄNGERN

Nach Untersuchungen von Eberhardt und Himbert (Geschwindigkeit in m/s):

Art der Bewegung	Alter der Fußgänger					
	6 - 7	14 - 15	20 - 30	30 - 50	50 - 60	70 - 80

		m	w	m	w	m	w	m	w	m	w	m	w
gehen		1,5	1,5	1,7	1,6	1,2	1,4	1,5	1,3	1,4	1,4	1,0	1,1
schnell gehen		2,0	2,0	2,2	1,9	2,2	2,2	2,0	2,0	2,0	2,0	1,4	1,3
laufen ¹⁾	a	3,4	2,8	4,0	3,0	3,0	4,0	3,6	3,6	3,5	3,3	2,0	1,7
	b	3,1	2,8	3,4	3,0	3,0	3,2	3,2	3,2	3,0	3,0	2,0	1,7
rennen ²⁾	a	4,2	4,0	5,4	4,8	7,4	6,1	6,5	5,5	5,3	4,6	3,0	2,3
	b	3,6	3,4	4,2	3,9	4,9	5,0	5,0	4,7	4,0	4,1	2,5	2,1

1 ... normaler Dauerlauf

2 ... schnellstmögliche Bewegungsart

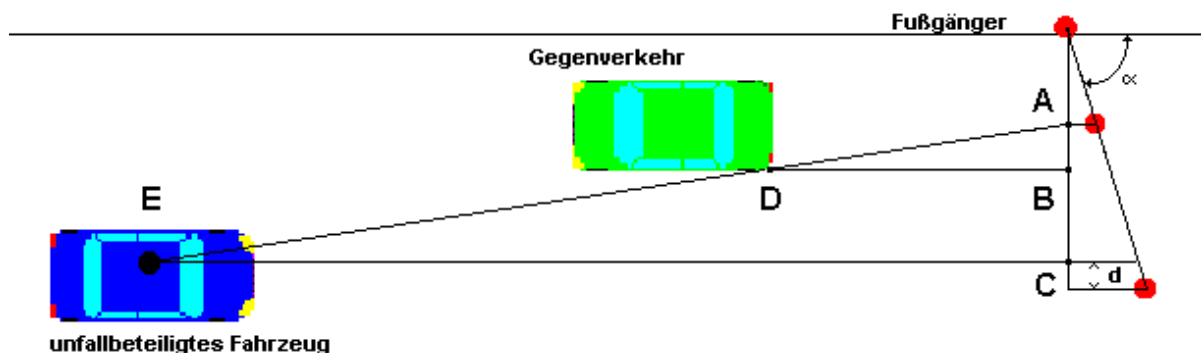
m ... männlich

a ... fliegender Start

b ... stehender Start

w ... weiblich

SICHTVERDECKUNG DURCH EINEN GEGENVERKEHR (MODUL)



Das obere grüne Fahrzeug stellt den sichtverdeckenden Gegenverkehr und das blaue untere Fahrzeug den Unfallbeteiligten dar. Die roten Punkte markieren den Fußgänger in verschiedenen Positionen. Der oberste zeigt den Fußgänger in der Position zum Zeitpunkt des Betretens der Fahrbahn, der unterste die zum Kollisionszeitpunkt.

In Abbildung sind die Positionen der Fahrzeuge zum Zeitpunkt der ersten Sicht des Pkw-Lenkers auf den Fußgänger, der sich zu diesem Zeitpunkt in der mittleren Position befindet, dargestellt.

Aus dem Strahlensatz folgt eine Beziehung zwischen den Strecken:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE}$$

Für die Strecke AC gilt:

$$AC = (s_2 - s_1) \sin(\alpha) - d$$

$$s_1 = v_F t$$

s_2	Weg des Fußgängers bis zur Kollision
s_1	Weg des Fußgängers bis zur ersten Sicht
d	Kollisionsposition bezogen auf die linke Fahrzeugseite abzüglich der Sitzposition des Fahrzeuglenkers ebenfalls auf die linke Fahrzeugseite bezogen.
α	Richtungswinkel des Fußgängers
v_F	Geschwindigkeit des Fußgängers auf der Strecke s_1
t	Zeit vom Beginn bis zur ersten Sicht. Variable, nach der die Gleichung gelöst wird
BD	Weg des Gegenverkehrs vom Beginn bis t
CE	Weg des Unfallbeteiligten bis t

BD ergibt sich aus der Geschwindigkeit und gegebenenfalls aus der Beschleunigung und Geschwindigkeitsgrenze des Gegenverkehrs und t abzüglich des Abstandes Heck - Überquerposition des Fußgängers.

CE ergibt sich aus Kollisionsgeschwindigkeit, Anfangsgeschwindigkeit und Beschleunigung sowie aus der Gesamtzeit abzüglich t . Berücksichtigt wird noch der Abstand der Front von der Sitzposition und $s_2 \cos(\alpha)$.

Je nach Situation ergibt sich eine Gleichung 2. oder 3. Grades in t , die gelöst werden kann. Anschließend wird geprüft, ob zum Zeitpunkt von t die Geschwindigkeitsgrenze des Gegenverkehrs bereits erreicht wurde, oder ob der Fußgänger bereits die Position erreicht hat, wo seine Geschwindigkeit anders ist. Nötigenfalls wird die Rechnung mit den entsprechend korrigierten Formeln neu durchgeführt.

Die vom unfallbeteiligten Fahrzeuglenker in Anspruch genommene Reaktionsdauer ergibt sich aus der Gesamtzeit abzüglich Bremszeit, Schwellzeit und t .

Soll die Kollisionsgeschwindigkeit oder die Anfangsgeschwindigkeit aus der zulässigen Reaktionsdauer berechnet werden, so ist eine geschlossene Lösung nicht möglich, daher kommt ein iteratives Verfahren zur Anwendung. Dabei werden dieselben Formeln verwendet und wird die gefragte Größe solange verändert, bis die errechnete Reaktionsdauer der zulässigen entspricht.

ÜBERHOLMANÖVER (MODUL)

Die Basisformel ist einfach die Gleichung zwischen den Wegen des überholt-werdenden Fahrzeuges und des überholenden Fahrzeuges.

$$s_{ge2} - korr = d_1 + s_{ge1} + l_1 + d_2 + l_2$$

s_{ge2}	Weg des überholenden Fahrzeuges
s_{ge1}	Weg des überholten Fahrzeuges
$korr$	Korrekturgröße auf Grund des Spurwechsels
d_1	Anfangsabstand

d_2	Endabstand
l_1	Länge des überholten Fahrzeuges
l_2	Länge des überholenden Fahrzeuges

Der Weg des überholenden Fahrzeuges besteht aus einem Spurwechsel während des Ausscherens, eines geraden Wegstücks und einem Spurwechsel während des Einscherens. Der Spurwechsel wird entlang einer schrägen Sinuslinie gerechnet. Es muss deshalb - an Stelle des Weges während des Spurwechsels - der Längenplatzbedarf (das heißt die Projektion auf die Fahrlinie des überholten Fahrzeuges) verwendet werden. Dies wird durch das Korrekturglied „korr“ erreicht.

Die Eingabemöglichkeit, eine Geschwindigkeitsgrenze und eine Endgeschwindigkeit für jedes Fahrzeug zu berücksichtigen oder nicht, ergibt insgesamt 16 verschiedene Möglichkeiten mit dementsprechend vielen Formeln.

SICHTWINKELÄNDERUNG (MODUL)

Begriffserklärung:

- Abwehrstrecke (Abwehrzeit): Strecke (Dauer) vom Ort der Gefahrenerkennung (Gefahrenerkennungspunkt) bis zur Kollisionsposition (Erstkontakt).
- Akkommodation: Schärfereinstellung des Auges (Augenlinse) auf ein Objekt.
- Akkommodationszeit: Notwendige Zeit für die Akkommodation.
- Auffälligkeitswert: Maß für die Wahrnehmung und Erkennbarkeit.
- Auffälligkeitspunkt: Punkt (Ort), an welchem ein Objekt auffällig wird.
- Aufmerksamkeit: Zuwendung der Aktivität, der Interessen und Wünsche des Menschen auf den Gegenstand der Tätigkeit.
- Auflösungsvermögen: Fähigkeit, 2 getrennte Punkte noch getrennt wahrnehmen zu können.
- Blickfeld: Gesamtheit der mit bewegten Augen bei unbewegtem Kopf fixierbaren Punkte: ca. 60° nach links und rechts und ca. 40° nach oben und unten. (vgl. mit Gesichtsfeld).
- Blicksprung (Sakkade): Ruckartige Augenbewegung, die in der engen Begrenzung des zentralen Sehbereiches begründet ist.
- Blickzuwendung: Zeit vom Anlass des Blicksprunges bis zum Ende der Korrektursakkade.
- Entscheidungszeit: Zeit von der inhaltlichen Erfassung einer Wahrnehmung (Erkennen) bis zur Entschlussfassung.
- Fovea centralis: Bereich der Netzhaut, in welchem ein scharfes Sehen möglich ist, umfasst ca. 1° bis 1,5°.
- Gefahrerkennung: Erkennen eines Informationsinhaltes als Gefahr.
- Gefahrenerkennungsposition (-punkt): Momentane Position zum Zeitpunkt der Gefahrerkennung.

- Gesichtsfeld: Ausschnitt der Umwelt, der sich auf der Netzhaut eines unbewegten Auges abbilden kann.
- genutztes Sehfeld: Situationsbedingter Ausschnitt aus dem Gesichtsfeld. (Berücksichtigt sichtbeeinträchtigende Objekte wie Brillen, Sturzhelm, A-Säule des Pkw etc.)
- Reaktion: Auf die Wahrnehmung einer Information folgende Verhaltensänderung.
- Spontanreaktion: Reaktion ohne bewusste Entscheidungsprozesse.
- Wahlreaktion: Reaktion nach Bewertung alternativer Möglichkeiten.
- Reaktionsanlass: Information, auf die potentiell reagiert werden kann.
- Reaktionsaufforderung: Information, auf die reagiert werden muss.
- Reaktionsdauer: Dauer von der Gefahrerkenkung bis zum dem Beginn der Bremsung / Lenkung (Beginn der jeweiligen Schwelldauer). Diese Definition ist für die forensische Praxis am sinnvollsten. In anderen wissenschaftlichen Disziplinen werden andere und differenziertere Definitionen verwendet.
- Retina: Netzhaut.
- Sehstrahl: Gerade vom Auge zu einem Punkt eines Objektes.
- Sehwinkel: Winkel, zwischen den Sehstrahlen zu den Begrenzungspunkten eines Objektes.
- Sichtbarkeitspunkt: Punkt, an welchem erstmals der Sehstrahl am sichtverdeckenden Hindernis vorbeiführt.
- Sichtstrecke: Im Sichtbereich liegende Fahrstrecke.
- Sichttoter Raum: Von Sitzposition abhängiger nicht einsehbarer Bereich um ein Fahrzeug.
- Sekundenweg: Weg, der in einer Sekunde zurückgelegt wird.
- Toter Winkel: In Innen- und Außenspiegel nicht abgebildeter, durch den Fahrer nicht einsehbarer Straßenabschnitt.
- Visus (Sehschärfe): Reziprokwert des kleinsten Sehwinkels (in Bogenminuten), den 2 Punkte einschließen können, um gerade noch getrennt wahrgenommen zu werden.
- Wahrnehmen: Erfassen einer Information, auf die potentiell reagiert werden kann, bzw. die Anlass zu einer Blickzuwendung ist.

AUFMERKSAMKEIT (KONZENTRATIV - DISTRIBUTIV)

Es ist zwischen konzentrativer und distributiver Aufmerksamkeit zu unterscheiden:

	Aufmerksamkeit	
	konzentrativ	distributiv
Erkennbarkeit	Einzelheiten weniger Objekte	Grober Überblick über viele Objekte
Orientierungsleistung	Eingeschränkt	Gut
Informationsumfang	Klein	Groß

Informationsgenauigkeit	Groß	Klein
-------------------------	------	-------

Konzentrativen und distributiven Aufmerksamkeit werden je nach subjektivem Erfordernis eingesetzt und können nur nacheinander, nicht gleichzeitig vorhanden sein.

Im Wechsel zwischen distributiver und konzentrativer Aufmerksamkeit erfolgt zumeist ein Blicksprung (Blickzuwendung), außer, wenn ein „zufällig“ fixiertes Objekt Anlass für eine plötzliche konzentrativen Aufmerksamkeitszuwendung ist.

Vom Auftauchen des Reizes im peripheren Sehbereich bis zum Erkennen (Reaktionsaufforderung) vergehen 0,4 bis 0,7 s.

VISUELLES SYSTEM

Akkommodationszeit:

Die Akkommodationszeit ist abhängig vom Lebensalter und von der Größe des Akkommodationssprunges.

Beispiel: Von Ferneinstellung bis auf 50 cm dauert der Akkommodationssprung bei einem 28-jährigen ca. 0,5 s und bei einem 40-jährigen ca. 0,75 s.

Verteilung der Sinneszellen auf der Netzhaut:

Auf der Retina sind zwei verschiedene Arten von Sinneszellen verteilt: Zapfen für das Farbsehen und Stäbchen für das Hell-Dunkel-Sehen.

Die Zapfen befinden sich in einem engen Bereich um die Fovea centralis. Zur Peripherie hin nimmt die Zapfendichte stark ab. Die Verteilung ist farbbezogen.

Im Bereich der Fovea ist die Dichte der Stäbchen 0, zur Peripherie hin nimmt sie zunächst bis ca. 20° stark zu und anschließend wieder bis auf die Hälfte ab.

Gesichtsfeld:

Das Gesichtsfeld erstreckt sich bei beidäugigem Sehen unter optimalen Bedingungen in der Vertikalen auf max. 130° (60° nach oben und 70° nach unten) und in der Horizontalen auf etwa 180°.

Das Auflösungsvermögen ist im peripheren Gesichtsfeld und daher auch die Wahrnehmung stillstehender Objekte abseits der Blickrichtung sehr eingeschränkt. Hingegen ist die Bewegungswahrnehmung in der Peripherie gut.

Statische Sehschärfe:

Die Sehschärfe beträgt bei der normalsichtigen Bevölkerung im Durchschnitt 1, das heißt, eine Winkelminute kann noch aufgelöst werden. Ein Objekt mit einem Durchmesser von knapp 3 m kann bei guten Sichtbedingungen noch auf eine Entfernung von 100 m im Bereich der Fovea gesehen werden.

Dynamische Sehschärfe:

Unter dynamischer Sehschärfe wird die Fähigkeit verstanden, Details in bewegten Objekten zu erkennen. Die dynamische Sehschärfe ist größer als die statische, wenn sich ein Objekt langsam quer zur Blickrichtung bewegt und schlechter, wenn sich das Objekt schnell bewegt.

Tiefenwahrnehmung:

Die Tiefenwahrnehmung erfolgt beim beidäugigen Sehen hauptsächlich durch die unterschiedliche Blickrichtung (Konvergenzwinkel) von den beiden Augen auf das Objekt. Die in den Augen entstehenden Bilder von einem Objekt weisen eine seitliche Verschiebung auf. Diese ermöglicht das räumliche Sehen. Teilweise kann auch eine Abschätzung des Tiefenabstandes auf Grund der Größe des Bildes eines bekannten Objektes erfolgen.

Die Tiefenwahrnehmung und damit die Entfernungsschätzung wird durch viele Faktoren beeinflusst. So vermittelt klare Sicht kürzere und trübe Sicht (Staub, Nebel) größere Entfernungen. Z. B. entsteht das Empfinden, die Berge wären nahe, wenn Föhn - also klare Sicht - herrscht.

Der wahrnehmbare Distanzunterschied ist abhängig von der Objektentfernung:

Objektentfernung		Wahnehmbarer Distanzunterschied	
1	m	0,4	mm
3	m	1,3	mm
10	m	4,0	cm
50	m	1,0	m
100	m	3,5	m
1000	m	275	m

Bewegungswahrnehmung:

Die Wahrnehmung der Bewegung eines Objektes kann einfach dadurch erfolgen, dass das Objekt fixiert wird, dass also ständig die Abbildung des Objektes in der Retina in der Fovea erfolgt, und dazu eine Bewegung der Augen oder des Kopfes oder eine Akkommodation notwendig ist. Während das fixierte Objekt immer an derselben Stelle abgebildet wird, verschiebt sich die Abbildung der Umwelt.

Wird das Objekt hingegen nicht fixiert, so erfolgt die Abbildung im peripheren Bereich der Retina. Bewegt sich nun das Objekt, so wandert der Bildpunkt über die Retina, während die Abbildung der Umwelt gleichbleibt.

VISUELLE INFORMATIONSAUFNAHME

Wahrnehmung statischer Objekte:

Bei der Bewegung eines Fahrzeuges entlang seiner Fahrlinie tritt an einer bestimmten Stelle die direkte Sichtverbindung ein, das heißt an dieser Stelle (Sichtbarkeitspunkt) führt der Sehstrahl am sichtverdeckenden Hindernis vorbei.

Je nach Größe der Auffälligkeit der anderen psychologischen Parameter wird mehr oder weniger spät (oder nie!) das Objekt auffällig (Auffälligkeitspunkt) und wahrgenommen.

Nach weiterer Annäherung wird nach Vergleichen mit Gedächtnisinhalten das Objekt in seiner Bedeutung erkannt (Erkennungspunkt). Je nachdem, ob das Objekt für das weitere Fahrverhalten wichtig ist, wird der Fahrer eine Aktion einleiten.

Wahrnehmung der eigenen Bewegung (Geschwindigkeit):

Im Auge eines ruhenden Beobachters bildet sich die Umwelt als konstantes Bild auf der Retina ab. Führt der Beobachter eine Vorwärtsbewegung durch, so verändert sich das sich im Auge abbildende Bild. Der fixierte Objektpunkt bildet sich weiterhin in der Fovea ab und verändert seine Lage nicht. Je größer der Winkel zu einem anderen Punkt, je kleiner die Entfernung und je größer die eigene Geschwindigkeit ist, desto rascher wandert der Bildpunkt über die Retina. Es ergibt sich daraus eine Art Strömungsmuster von Punkten, die von der Fovea nach außen wandern und zwar umso rascher, je weiter außen sie schon sind.

Da viele Parameter gleichzeitig Einfluss nehmen, ist eine eindeutige Interpretation des Strömungsmusters und Zuordnung zu einer bestimmten Geschwindigkeit nicht möglich, wodurch auch die Abschätzung der eigenen Geschwindigkeit nur ungenau möglich ist.

Die Schätzung der eigenen Geschwindigkeit wird auch beeinflusst oder mitgeprägt von anderen Sinneswahrnehmungen (auditive und mechanosomatische). Zum Beispiel wird in einem leisen und ruhig dahingleitenden Fahrzeug die eigene Fahrgeschwindigkeit tendenziell unterschätzt. Nicht zu unterschätzen ist auch der Gewöhnungseffekt.

Wahrnehmung der Bewegung (Geschwindigkeit) eines Objektes

Die Bewegung eines Objektes bewirkt im Allgemeinen eine Verschiebung der Abbildung auf der Retina. Entfernt sich das Objekt, so verkleinert sich das Bild. Bei einer Annäherung ist es umgekehrt. Eine seitliche Bewegung bewirkt eine reine Verschiebung des Bildes, oder eine Kopf- oder Augenbewegung ist notwendig.

Der physiologische Grenzwert zur Wahrnehmbarkeit einer Bewegung (Geschwindigkeit) korreliert mit der erforderlichen Mindestwinkelgeschwindigkeit,

mit der sich das Bild auf der Retina verändert. Wird diese Wahrnehmungsschwelle überschritten, so ist die Wahrnehmung einer Bewegung, noch ohne Einschätzung einer Geschwindigkeit, möglich. Kopf- und Augenbewegungen werden verrechnet und beeinflussen das wahrgenommene Maß der Winkelgeschwindigkeit nicht.

Die erforderliche Mindestwinkelgeschwindigkeit ist abhängig von Kontrast, Leuchtdichte, Objektgröße, Bezugspunkt, Bewegungsrichtung und Beobachtungszeit.

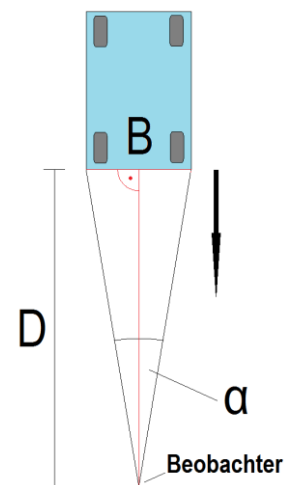
WAHRNEHMUNG DER RELATIVBEWEGUNG (RELATIVGESCHWINDIGKEIT)

Relativbewegung in Längsrichtung:

Die Wahrnehmung einer Relativbewegung in Längsrichtung ist proportional zur Änderung des Tiefenabstandes. Wenn zwei Fahrzeuge in dieselbe Richtung fahren, so lässt sich das Problem auf die Bewegung des vorausfahrenden Objektes reduzieren. Durch die Relativgeschwindigkeit ändert sich der Sehwinkel auf Fahrzeugkonturen bzw. zu den Bremslichtern.

Aus trigonometrischen Überlegungen ergibt sich für die Berechnung:

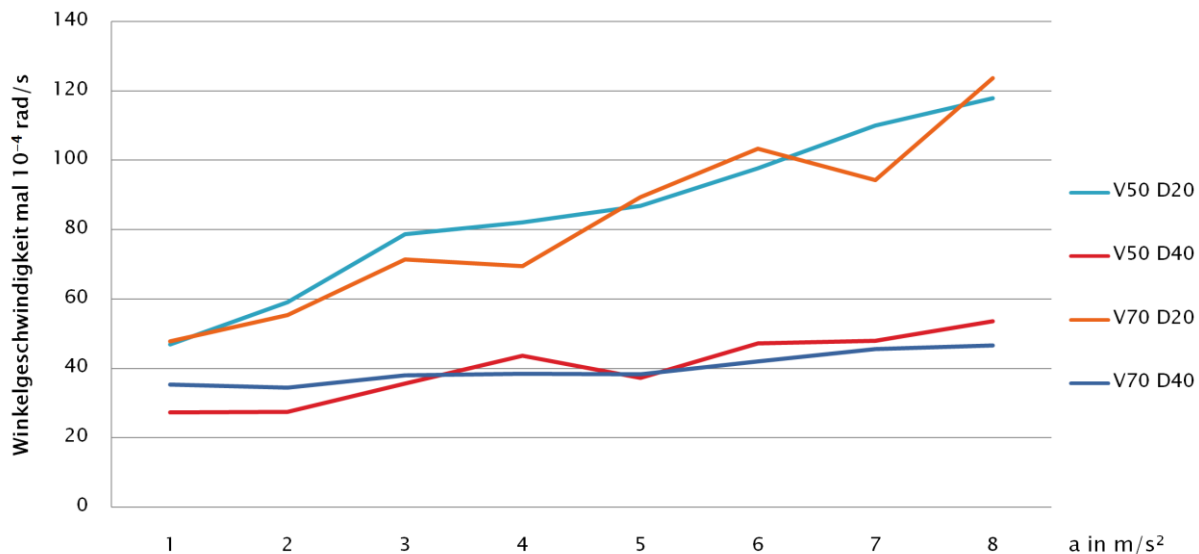
$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{4 B (a t + v)}{(t (a t + 2 v) - 2 D)^2 + B^2}$$



Untersuchungen mit Probanden haben folgende Grenzwerte für auffällige Winkelgeschwindigkeiten unter Laborbedingungen geliefert:

a	V50 D20	V50 D40	V70 D20	V70 D40	
1	41,07 ± 12,82	23,97 ± 9,79	41,81 ± 12,93	30,93 ± 11,12	• 10 ⁻⁴ rad/s
2	51,75 ± 14,39	24,09 ± 9,82	48,48 ± 13,93	30,13 ± 10,98	• 10 ⁻⁴ rad/s
3	68,89 ± 16,6	31,27 ± 11,18	62,5 ± 15,81	33,29 ± 11,54	• 10 ⁻⁴ rad/s
4	71,88 ± 16,96	38,17 ± 12,36	60,83 ± 15,6	33,69 ± 11,61	• 10 ⁻⁴ rad/s
5	76,06 ± 17,44	32,66 ± 11,43	78,16 ± 17,68	33,49 ± 11,57	• 10 ⁻⁴ rad/s
6	85,49 ± 18,49	41,29 ± 12,85	90,46 ± 19,02	36,74 ± 12,12	• 10 ⁻⁴ rad/s
7	96,29 ± 19,63	41,97 ± 12,95	82,51 ± 18,16	39,81 ± 12,62	• 10 ⁻⁴ rad/s
8	103,16 ± 20,31	46,85 ± 13,69	108,28 ± 20,81	40,77 ± 12,77	• 10 ⁻⁴ rad/s

Die Abbildung stellt die ermittelten Werte abhängig von den verschiedenen Bremsbeschleunigungswerten dar:



Sehr deutlich sieht man, dass das Geschwindigkeitsniveau keinen Einfluss auf die Reaktion zeigte und nur die Winkeländerung in Abhängigkeit der Bremsbeschleunigung relevant war. Weiters fällt auf, dass die Winkelgeschwindigkeit indirekt proportional zum Abstand der Fahrzeuge voneinander ist: doppelter Abstand benötigt in etwa nur die halbe Winkelgeschwindigkeit.

Relativbewegung in Querrichtung - inneres Sichtfeld:

Die Untersuchung querender Hindernisse im inneren Sichtfeld wird dadurch erschwert, dass sich hier verschiedene Effekte überlagern, sodass nicht gesagt werden kann, ob und inwiefern die Sichtwinkeländerung das aufmerksamkeitsstiftende Moment war.

Geht man von der Situation einer Kreuzung mit Haltelinien aus, so stellt sich die Frage, ab wann ein herannahender Verkehrsteilnehmer bemerken kann, dass ein anderer Verkehrsteilnehmer aus dem Stand in die Kreuzung einfährt. Die auf der Netzhaut abbildenden Punkte bilden ein Strömungsmuster. Wenn sich also nun ein Objekt unerwartet in Bewegung setzt, stellt dies eine Anomalität im Strömungsmuster dar, die zu einer Reaktionsaufforderung führen kann. Berücksichtigt man den Aspekt, dass Punkte, die weiter außen im Sichtfeld liegen, schneller nach außen wandern, ergeben sich bei einer rechtwinkligen Annäherung der Hindernisse drei Parameter, die für eine solche Situation ausschlaggebend sind:

- Die Annäherungsgeschwindigkeit - je schneller sich der Beobachter annähert, desto schneller fließt das Strömungsmuster nach außen.
- Der Beobachtungswinkel - je weiter außen sich der entsprechende Punkt befindet, desto schneller fließt er bereits nach außen.

- Die Beschleunigung des Hindernisses - diese ist relevant für die Auffälligkeit der Anomalie.

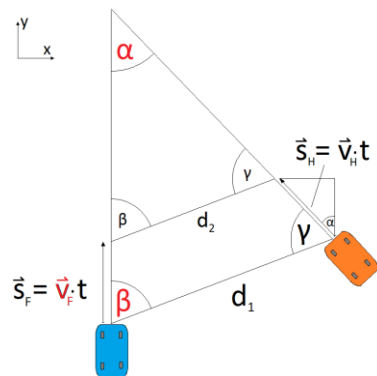
Die Sichtwinkeländerung im inneren Bereich wird besonders relevant, wenn durch ein ungünstiges Verhältnis von räumlichen Gegebenheiten (z.B. A-Säule) die Sicht auf ein potentiell Hindernis verdeckt wird.

Relativbewegung in Querrichtung - äußeres Sichtfeld: Konstanter Beobachtungswinkel:

Besonders gefährlich sind Situationen, in denen sich der Sichtwinkel auf ein querendes Fahrzeug praktisch nicht ändert. Dies tritt auf, wenn gilt:

$$|\vec{v}_H| = |\vec{v}_F| \sin \beta \csc(\alpha + \beta)$$

Messwerte der Erkennungszeit bei konstantem Beobachtungswinkel β :

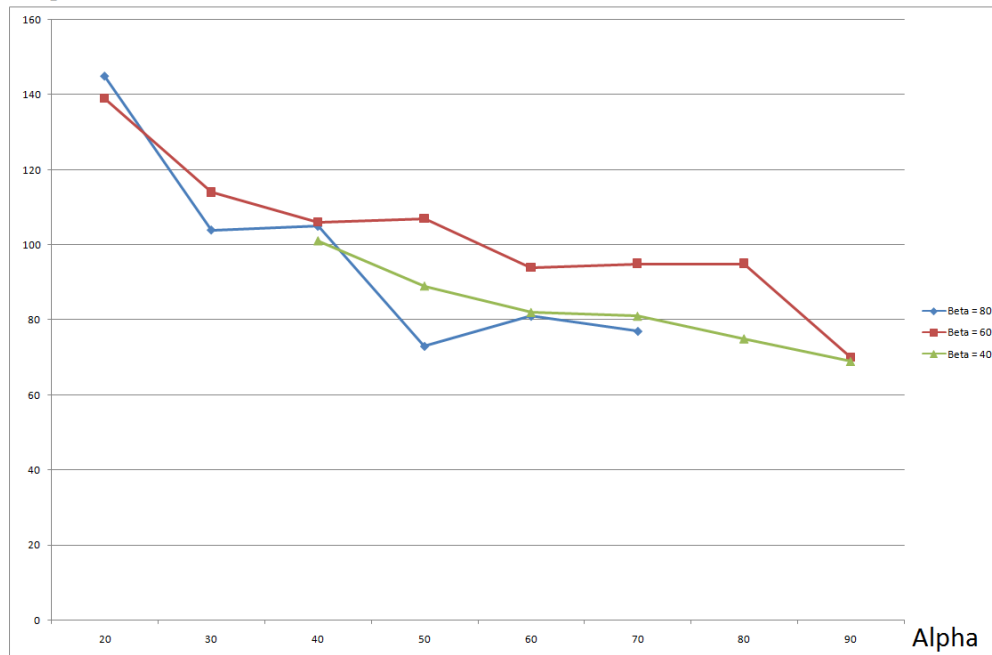


		Durchschnittlicher Winkelgeschwindigkeit am Erkennungszeitpunkt [rad/s]			
Alpha [°]	Beta [°]:	40	60	80	
20			139 ± 24	145 ± 24	• 10 ⁻⁴
30			114 ± 21	104 ± 20	• 10 ⁻⁴
40		101 ± 20	106 ± 21	105 ± 20	• 10 ⁻⁴
50		89 ± 19	107 ± 21	73 ± 17	• 10 ⁻⁴
60		82 ± 18	94 ± 19	81 ± 18	• 10 ⁻⁴
70		81 ± 18	95 ± 19	77 ± 18	• 10 ⁻⁴
80		75 ± 17	95 ± 19		• 10 ⁻⁴
90		69 ± 17	70 ± 16		• 10 ⁻⁴

Die ermittelten Messwerte abhängig des Annäherungswinkels:

Aus den Abbildungen ergibt sich, dass eine größere Entfernung zum beobachteten Objekt eine kleinere Winkelgeschwindigkeit erfordert, um einen Annäherungsprozess zu erkennen. Dies entspricht der Intuition, da kleine Winkelgeschwindigkeiten bei entfernten Objekten eine relativ deutlich größere Abbildung auf der Netzhaut hervorrufen als nahe und damit schon von vornherein groß erscheinende Objekte. Die "relative Größe" des beobachteten Objektes ändert sich bei weit entfernten Objekten also schneller als bei nahen.

$\Omega \times 10^4$



Variabler Beobachtungswinkel:

Aufgrund der Praktikabilität in der Anwendung wurde hierbei die Winkeländerung untersucht, die entsteht, wenn das Hindernis mit einer gewissen Geschwindigkeit von jener Geschwindigkeit abweicht, unter der der Beobachtungswinkel β konstant ist.

In den Versuchen wurden verschiedene Kombinationen aus Annäherungswinkel α und Beobachtungswinkel β untersucht, wobei die Kollisionspartner mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten, abweichend vom konstanten Beobachtungswinkel, fuhren.

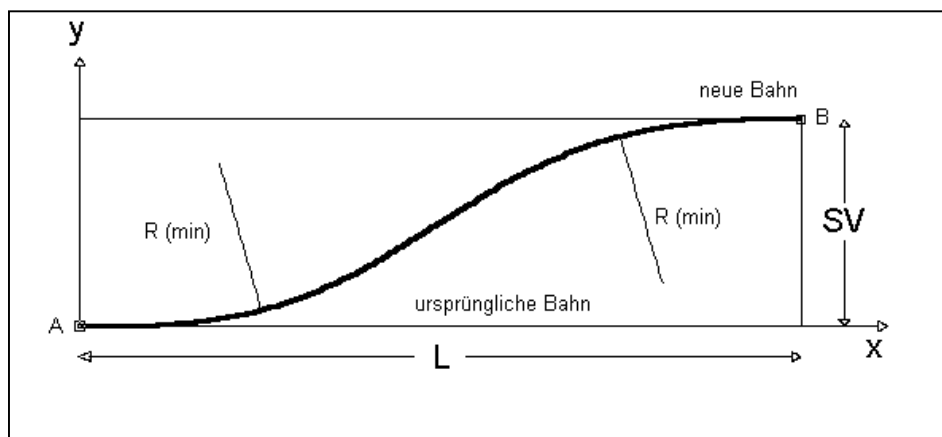
Winkel [°]	Δv [km/h]	Durchschnittlicher Winkelgeschwindigkeit am Erkennungszeitpunkt [rad/s]					
		0,5	1	2	4	8	
α 30 β 60		44 ± 13	85 ± 18	183 ± 27	346 ± 37	685 ± 52	• 10^{-4}
α 30 β 80		26 ± 10	69 ± 17	151 ± 25	291 ± 34	592 ± 49	• 10^{-4}
α 60 β 40		23 ± 10	47 ± 14	101 ± 20	197 ± 28	386 ± 39	• 10^{-4}
α 60 β 60		07 ± 5	26 ± 10	94 ± 19	162 ± 25	292 ± 34	• 10^{-4}
α 60 β 80		31 ± 11	40 ± 13	87 ± 19	139 ± 24	217 ± 29	• 10^{-4}
α 90 β 40		14 ± 7	26 ± 10	69 ± 17	114 ± 21	212 ± 29	• 10^{-4}
α 90 β 60		45 ± 13	27 ± 10	75 ± 17	107 ± 21	146 ± 24	• 10^{-4}

Anhand der Graphik sieht man deutlich, dass die wahrgenommene Winkeländerung linear mit Δv ansteigt. Die Erkendauer verhält sich indirekt proportional zur Winkelgeschwindigkeit.

Der Spurwechselvorgang (z.B. nach links) setzt sich aus 4 Abschnitten zusammen. Zunächst wird nach links gelenkt, der Lenkwinkel wird von 0 (Geradeausfahrt) bis auf einen bestimmten Maximalwert vergrößert (erster Abschnitt) und anschließend wieder bis 0 zurückgelenkt (zweiter Abschnitt). In diesem Moment erreicht das Fahrzeug wieder den Geradeauslauf, gleichzeitig wird der maximale Gierwinkel erreicht. Anschließend wird analog nach rechts und dann wieder zurückgelenkt.

Die dabei durchfahrene Kurve zeichnet sich dadurch aus, dass ihr Krümmungsradius, der dem momentanen Kurvenradius entspricht, von unendlich bis auf einen Minimalwert abnimmt um anschließend wieder unendlich groß zu werden. In der Rechtslenkphase läuft dasselbe noch einmal ab.

Als Modell dient im Unfallrekonstruktionsprogramm AnalyzerPro eine schräge Sinuslinie, das heißt das Fahrzeug fährt mit seinem Mittelpunkt auf einer Sinuskurve, die so gedreht ist, dass die Tangenten am Beginn und am Ende horizontal sind und einen Abstand gleich dem eingegebenen Seitenabstand aufweisen. Als Fahrzeugmittelpunkt wird die Mitte des Radstandes und der Breite festgelegt.



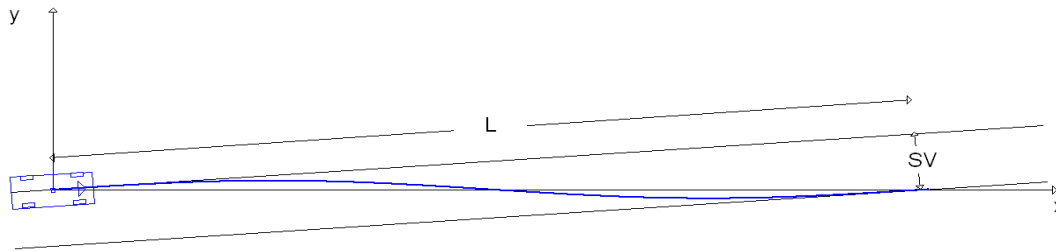
Bei einer Sinuskurve ist der Krümmungsradius, genau wie gewünscht, zu Anfang in der Mitte und am Ende unendlich groß (Lenkwinkel ist Null) und erreicht nach ungefähr einem Viertel und drei Vierteln der Bahn jeweils den kleinsten Radius. Die maximale Querbeschleunigung ergibt sich annähernd in einem dieser beiden Punkten, und zwar in demjenigen, in welchem die Geschwindigkeit größer ist.

Die Gleichung der schrägen Sinuslinie lautet:

$$y = S_v \frac{x}{L} \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

y	momentaner Seitenversatz
x	Weg entlang der geraden Straße, x geht von 0 bis L
S _v	Seitenversatz (Ausweichbreite)
l	Ausweichweg (eigentlich der Platzbedarf in Längsrichtung der Straße)

Für die Berechnung des kleinsten Krümmungsradius wird die schräge Sinuslinie in die x-Achse gedreht:



$$y = \frac{S_v}{2 \pi L} \sqrt{S_v^2 + L^2} \sin\left(\frac{2 \pi x}{\sqrt{S_v^2 + L^2}}\right)$$

Der kleinste Krümmungsradius wird dann erreicht, wenn gilt:

$$\frac{2 \pi x}{L} = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad \frac{2 \pi x}{L} = \frac{3 \pi}{2}$$

Also bei:

$$x = \frac{L}{4} \quad \text{und} \quad x = \frac{3 L}{4}$$

Der kleinste Krümmungsradius errechnet daraus zu:

$$R = \frac{L \sqrt{S_v^2 + L^2}}{2 \pi S_v}$$

Die Quer- oder Normalbeschleunigung ist von der Geschwindigkeit und dem Kurvenradius abhängig:

$$a_q = \frac{v^2}{R}$$

Aus den beiden letzten Gleichungen kann L in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v und von der Querbeschleunigung berechnet werden. Das heißt einzugeben ist die maximale Querbeschleunigung, die im Punkt mit dem kleinsten Kurvenradius erreicht wird. Erfolgt der Spurwechselvorgang beschleunigt, dann muss L iterativ berechnet werden. Die Berechnung des Weges des Fahrzeugmittelpunktes erfolgt durch eine numerische Integration der Sinuskurve.

WURFWEITE (MODUL)

Auf einen abgeworfenen Körper wirkt in vertikaler Richtung die Erdanziehungskraft und entgegen der momentanen Flugrichtung die Reibung.

Für die Luftreibung gilt:

$$R = 0,5 c_w A_q \rho v^2$$

Für die Anströmgeschwindigkeit gilt:

$$\vec{v}_w = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_w \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Berechnung erfolgt mittels numerischer Integration:

$$R_x = 0,5 c_w A_q \rho v_x^2 \quad \text{und} \quad R_y = 0,5 c_w A_q \rho v_y^2$$

$$a = \begin{pmatrix} -\frac{R_x}{m} \\ -\frac{R_y}{m} - g \end{pmatrix}$$

$$v = v_0 + a t$$

$$r = r_0 + v dt$$

(v_x, v_y)	Geschwindigkeitsvektor räumlich)
$(v_w, 0)$	Gegenwind-Geschwindigkeit
c_w	Luftwiderstandsbeiwert (c_w -Wert)
A_q	Querschnittsfläche
ρ	Luftdichte
v	momentane Anströmgeschwindigkeit
a	Beschleunigungsvektor
v	Geschwindigkeitsvektor
r	Ortsvektor

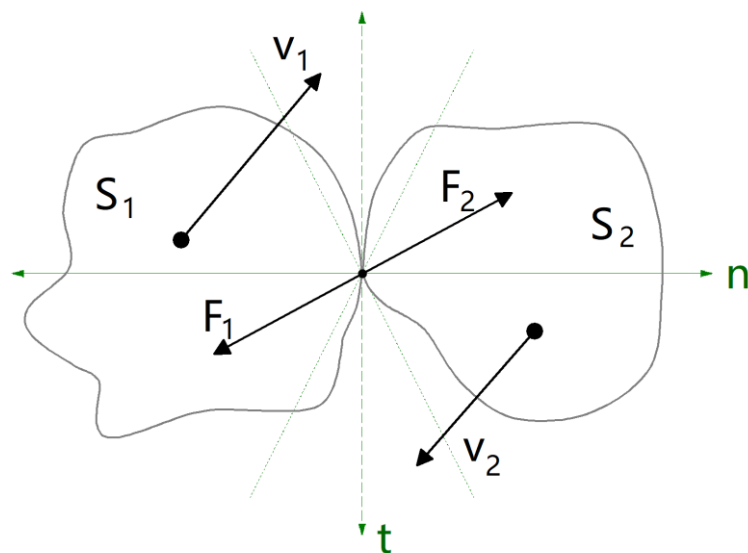
Bei der Berechnung von Kollisionen müssen, im Gegensatz zur Kinematik, alle Kräfte direkt berücksichtigt, sowie ihre Einwirkung berechnet werden. Eine Kollisionsanalyse kann in verschiedenen Varianten erfolgen, wobei sich je nach Situation gewisse Methoden anbieten. Es sei darauf hingewiesen, dass die Ermittlung einer Kollisionsgeschwindigkeit nicht die Ultima Ratio bei der Erstellung eines Gutachtens ist, sondern vielmehr nur einen wichtigen Zwischenschritt darstellt.

GRUNDLAGEN

STOßHYPOTHESE

Ein Stoß ist per Definition ein Kraftaustausch zwischen zwei Körpern. Bei einer makroskopischen Betrachtung wie einem Autounfall nimmt man an, dass die Wege, die die Körper während der Stoßzeit zurücklegen, vernachlässigt werden können. Anstelle dessen wird ein einzelner Stoßpunkt repräsentativ angenommen. Weiters werden alle einzelnen, in einem Stoß auftretenden Kräfte zu einer gesamten resultierenden Kraft zusammengefasst.

Das einfachste Beispiel hierbei sind zwei ideale, nicht verformbare Körper:



t ... Berührtangente

n ... Berührnormale

F_1 ... Kraft die auf Körper 1 wirkt, F_2 analog

Aus der Bewegung zweier starrer Körper resultieren im Kollisionspunkt Kräfte, die mit gleichem Betrag in entgegengesetzte Richtungen weisen.

In der Realität arbeitet man mit verformbaren Körpern, weswegen die Stoßhypothese nur mehr näherungsweise gilt. Beispielsweise muss die bleibende Deformation eines Fahrzeuges nach einer Kollision berücksichtigt werden.

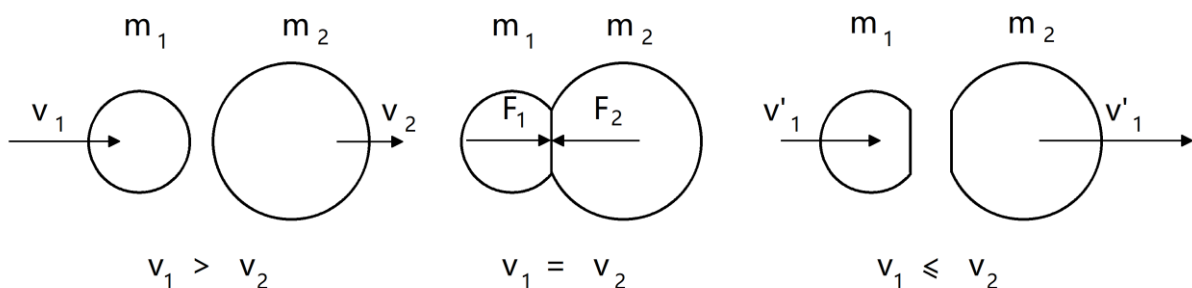
Charakteristische Größen beim Stoß sind im Kontaktbereich:

- Die Elastizität des Materials (repräsentiert durch den k-Faktor = Stoßziffer)
- Die auftretende Reibung (repräsentiert durch die Reibung μ)

DIE STOßZIFFER K

Nach dem Stoß eines realen Körpers bleibt bei diesem eine Deformation zurück. Diese kann je nach Elastizität des Materials sehr groß bis praktisch nicht vorhanden sein. Weiters ist im Normalfall die Elastizität aller beteiligten Materialien nicht gleich groß. Die Stoßziffer k ist ein Konzept, das es erlaubt, das Phänomen summarisch zu betrachten.

Der gerade Stoß:



In diesem Fall liegen die resultierenden Kräfte in einer Ebene mit den Geschwindigkeitsvektoren, Rotation tritt daher nicht auf. Der Stoß gliedert sich in 2 Abschnitte:

1. An der Berührstelle treten entgegengesetzte, gleich große Stoßkräfte auf (F_1 , F_2). Der stoßende Körper 1 wird verzögert, der gestoßene Körper 2 wird beschleunigt, beide Körper werden verformt. Am Ende des ersten Abschnittes haben die Körper ihre maximale Verformung erreicht, die Geschwindigkeiten sind gleich.
2. Die Verformungen gehen abhängig ihrer Materialeigenschaften zurück. Dadurch wird Körper 2 weiter beschleunigt, Körper 1 wird weiter verzögert - solange, bis sich die Körper trennen.

Die beiden Extremfälle sind hierbei:

...der komplett plastische Stoß, bei dem die beiden Kugeln sich nicht rückverformen, zusammenbleiben und sich mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit bewegen.

...der komplett elastische Stoß, bei dem eine vollständige Rückverfolgung erfolgt, Kugel 1 nach dem Stoß steht und Kugel 2 den gesamten Impuls übernommen hat.

Die Beschreibung über die Elastizität eines Stoßes erfolgt durch den k-Faktor:

$$k = \frac{\Delta v'}{\Delta v} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

Oder in Worten: Die Stoßziffer ist die Geschwindigkeitsdifferenz nach dem Stoß geteilt durch die Geschwindigkeitsdifferenz vor dem Stoß.

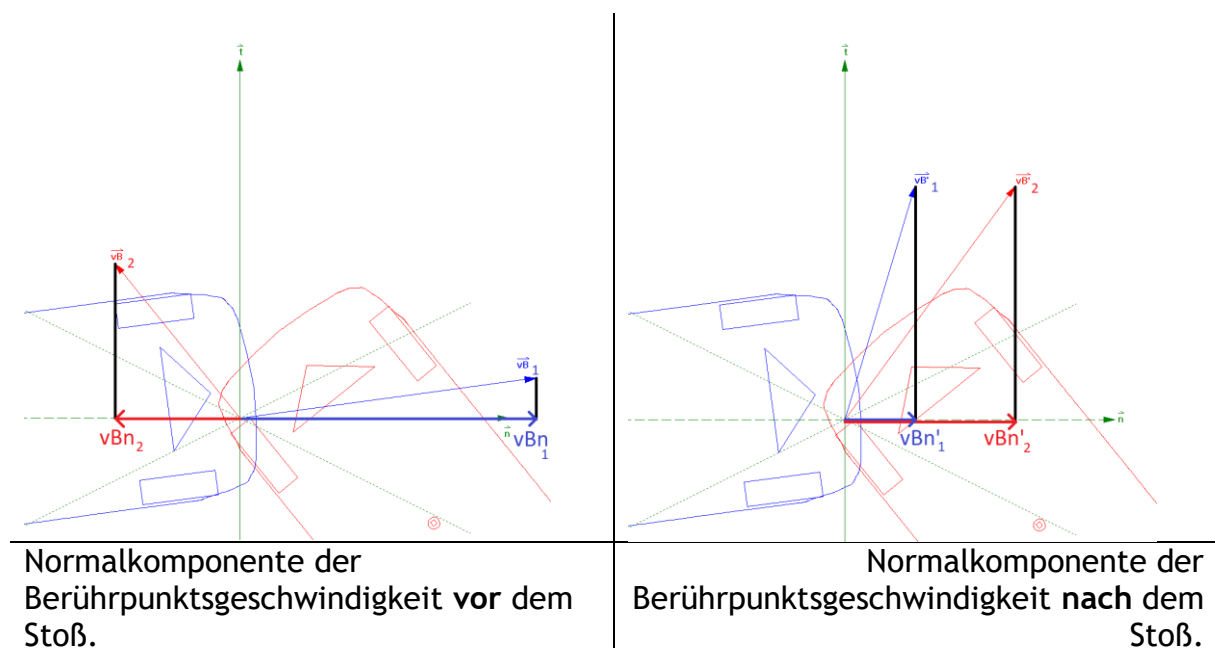
Allgemein gilt daher, dass $0 \leq k \leq 1$ sein muss. Es bedeutet:

$k = 0$... plastischer Stoß | $0 < k < 1$... realer Stoß | $k = 1$... elastischer Stoß

Einen Sonderfall bildet die Abgleitkollision, bei der $v_1' > v_2'$ sein kann und der k-Faktor damit negativ wird.

Der exzentrische Stoß:

In der Realität stoßen nicht 2 Massenschwerpunkte, sondern z.B. 2 Teile einer Fahrzeugkarosserie zusammen. **Die Stoßziffer k muss dann natürlich aus den Geschwindigkeiten der Berührungspunkte ermittelt werden. Von Interesse sind hierbei nur die Geschwindigkeitskomponenten in Richtung der Berührnormalen (v_{Bn} und v_{Bn}').**



Damit ergibt sich für den k-Faktor beim exzentrischen Stoß:

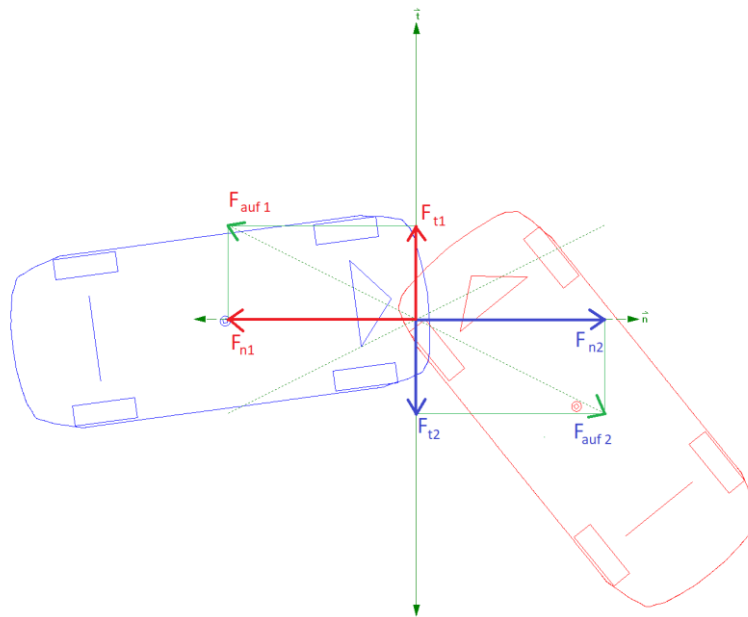
$$k = \frac{\Delta v'_{Bn}}{\Delta v_{Bn}} = \frac{v'_{Bn2} - v'_{Bn1}}{v_{Bn1} - v_{Bn2}}$$

Als Kontrollparameter in AnalyzerPro kann hierbei $\Delta v'_{Bn} = v'_{Bn2} - v'_{Bn1}$ verwendet werden, da es in der Regel bei PKW - PKW Kollisionen zwischen 2 und 7 km/h liegt.

DER REIBWERT μ

Zur Beschreibung der Reibung in der Kontaktzone dient der Reibungskoeffizient μ . Die Definition lautet:

$$\mu = \frac{\text{Tangentialer Anteil der Deformationskraft}}{\text{Normaler Anteil der Deformationskraft}} = \frac{F_t}{F_n}$$



Die Größe des Reibungskoeffizienten wird beeinflusst durch die Oberflächenbeschaffenheit der Kontaktzone und die Art des Stoßes.

KOLLISIONSANALYSE

RÜCKWÄRTSANALYSE

Impuls-Rückwärts-Verfahren:

Aus den Bedingungen nach der Kollision (translatorische und rotatorische Bewegungen der Fahrzeuge) wird auf die Bedingungen vor der Kollision geschlossen.

Zur Berechnung werden Impuls- und Drallsatz verwendet. Bekannt sind die Auslaufimpulse nach Betrag und Richtung (aus der Spurverfolgung) sowie die Richtung der Einlaufimpulse.

Die Lösung des Impulssatzes ergibt sich aus dem Umstand, dass der Stoßantriebsvektor auf beide Fahrzeuge gleich groß sein und in entgegengesetzter Richtung wirken muss. Danach wird geprüft, ob der Drallsatz durch den aus dem Impulssatz berechneten Stoßantrieb erfüllt wird. Über die Lage der Berührtangente oder über die Stoßziffer braucht man sich bei diesem Verfahren nicht notwendigerweise Gedanken zu machen.

EES-Rückwärts-Verfahren:

Bei Gegenverkehrs- oder Auffahrunfällen ist die Anwendung des Antriebs-Balance-Verfahrens, das bedeutet die alleinige Anwendung der Impulssatzgleichungen, problematisch, da geringe Winkeländerungen bei den Impulsvektoren große Änderungen der Beträge dieser Vektoren erzeugen.

Um dieses Problem zu überwinden, wurde das EES-Verfahren entwickelt. Bei diesem wird zusätzlich zu Impuls- und Drallsatz auch noch der Energiesatz berücksichtigt. Die Differenz aus Energie des Systems vor der Kollision zu Energie des Systems nach der Kollision entspricht näherungsweise der Deformationsarbeit, die durch die Beschädigung der Fahrzeuge sichtbar wird. Diese Deformationsarbeit kann man durch geeignete Verfahren berechnen. Dadurch wird eine weitere Bestimmungsgleichung gewonnen, die die Richtung des Einlaufimpulses ersetzt. Dies erleichtert die Berechnung von solchen Unfalltypen, insbesondere von Unfällen mit Abgleiten. Über die Lage der Berührtangente oder über die Stoßziffer braucht man sich auch beim EES-Verfahren nicht notwendigerweise zu kümmern.

Die Einflussgrößen bei der Rückwärtsanalyse sind in folgender Tabelle zusammengefasst und werden diskutiert. Dabei ist mit „Impuls rückwärts“ gemeint, dass die Lösung primär durch Anwendung des Impulssatzes gefunden wird. Mit „EES rückwärts“ ist gemeint, dass die Richtung eines Eingangsimpulses durch die Energiesatzgleichung ersetzt wird. In der Tabelle bedeutet ein „E“, dass es sich hier um einen Eingabewert handelt. Die Werte ohne „E“ werden berechnet. Werte, die mit „SV“ gekennzeichnet sind, werden aus der Spurverfolgung gewonnen.

	Impuls rückwärts	EES rückwärts
Fahrzeug 1		
Richtung Impuls nach Kollision	SV	SV
Betrag Impuls nach Kollision	SV	SV
Richtung Impuls vor Kollision	E	
Betrag Impuls vor Kollision		
Drall nach Kollision	SV	SV
Drall vor Kollision	E	E

EES-Wert		E*
Fahrzeug 2		
Richtung Impuls nach Kollision	SV	SV
Betrag Impuls nach Kollision	SV	SV
Richtung Impuls vor Kollision	E	E
Betrag Impuls vor Kollision		
Drall nach Kollision	SV	SV**
Drall vor Kollision	E	E
EES-Wert		E*
Orientierung von Berührtangente und -normale		
Berührungspunktsgeschwindigkeiten nach Kollision in Normalrichtung (k)		
Berührungspunktsgeschwindigkeiten nach Kollision in Tangentenrichtung (kt)		
Reibwert in der Kontaktzone (μ)		

* Kann auch aus den Strukturformeln berechnet werden

** Dieser Wert kann iterativ aus den Einlaufdaten berechnet werden

Bei der Spalte „EES rückwärts“ kann man alternativ auch die Richtung des Impulses für Fahrzeug 1 angeben und dafür die Richtung des Impulses von Fahrzeug 2 frei lassen.

Die Informationen über die Berührungspunktsgeschwindigkeiten und über den Reibwert in der Kontaktzone werden nicht als Eingabegrößen benötigt, sie können aber berechnet werden, sofern man die Orientierung von Berührtangente und -normale festlegt und dienen als Kontrollparameter.

TIPPS UND TRICKS IN DER RÜCKWÄRTSANALYSE

Folgende Problemstellungen können bei einer Rückwärtsanalyse auftreten:

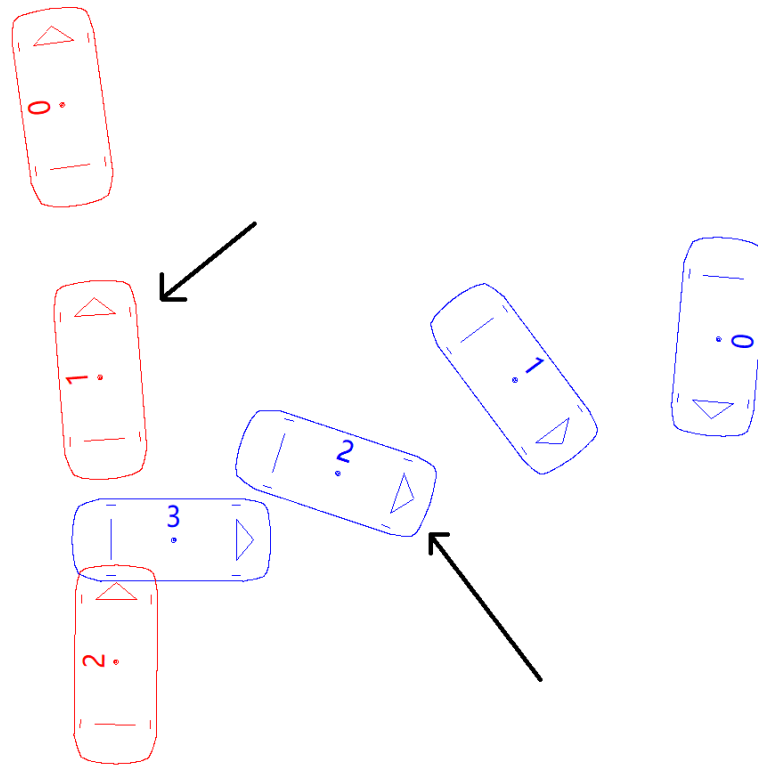
Hoher Reibwert μ :

Dies passiert, wenn die Berechnung einen gegenüber der Normalrichtung zu stark verdrehten Stoßantrieb liefert. Die Folge davon ist, dass die Reibung in der Kontaktzone größer wird, als es für einen Haftstoß notwendig ist. Daher würde die Reibung beschleunigend wirken.

Hohes $DvBn'$ / Hoher k-Wert:

Die Differenzgeschwindigkeit der Berührungspunkte nach dem Stoß sollte grob 2 - 7 km/h betragen. Manchmal kann das Rechenergebnis aber deutlich darüber liegen. Selbiges gilt für den k-Faktor, der proportional zu $DvBn'$ ist.

Wenn diese Probleme auftreten, muss eine Korrektur der Eingabeparameter erfolgen. Die Korrektur kann nur indirekt entweder durch eine Verschiebung des Kontaktpunktes, Verdrehung der Tangente, oder der Änderung der Auslaufdaten (in der Spurverfolgung) erfolgen. In den meisten Fällen wird eine Änderung des Kurswinkels nötig sein. Dieser kann oft dadurch geändert werden, dass die zweite Position nach der Kollisionsposition korrigiert wird.



VORWÄRTSANALYSE

Bei der Vorwärtsrechnung weiß man vom Ansatz her weniger über den Kollisionsablauf als bei der Rückwärtsanalyse. Es muss zunächst nichts geben, das man als gesichert ansehen kann. Lediglich wird vermutet, dass zwei Fahrzeuge in vorgegebene Richtungen mit vorgegebenen Geschwindigkeiten gefahren sind. Man will daraus berechnen, welche Bedingungen nach der Kollision vorgelegen haben.

Angenommen werden also nur die Beträge und die Richtungen der Impulse vor der Kollision. Von den Impulsen nach der Kollision ist nichts bekannt. Auch der fahrbahnbezogene Kollisionsort muss nicht unbedingt bekannt sein. Durch Variation verschiedener Eingangsparameter wird mittels „Trial-and-Error“-Prinzip die Kollisionsgeschwindigkeit und andere Parameter ermittelt.

Es müssen also Annahmen über die Bedingungen in der Kontaktzone getroffen werden, das heißt Annahmen über die Komponenten der Berührungspunktgeschwindigkeiten nach der Kollision. Dazu muss die Orientierung von Berührtangente und -normale festgelegt werden. Über die Stoßziffer oder direkt als

Eingabe muss der Unterschied der Komponenten der Berührungspunktsgeschwindigkeiten in Normalrichtung bestimmt werden. Über den Reibwert in der Kontaktzone wird der Grad des Abgleitens bestimmt. Als Sonderfall kann die Kollision ohne Abgleiten betrachtet werden und als Sonderfall daraus der Stoß mit Verhakung an den Berührungspunkten.

Die Eingabewerte bei der Vorwärtsrechnung unterscheiden sich von der Rückwärtsrechnung wie in der folgenden Tabelle im Vergleich dargestellt. Zu beachten ist, dass die Orientierung von Berührtangente und -normale einen sehr großen Einfluss auf das Ergebnis haben kann, weshalb äußerste Sorgfalt bei der Festlegung angebracht ist. Der Unterschied der Komponenten der Berührungspunktsgeschwindigkeiten in Normalrichtung wird durch die Stoßziffer bestimmt, Ergebnis ist ein Unterschied in km/h, der im Mittel bei etwa 5 km/h liegt.

Der Unterschied der Komponenten der Berührungspunktsgeschwindigkeiten in Tangentenrichtung hängt davon ab, wie groß der Reibwert in der Kontaktzone angesetzt wird, ob dieser Reibwert überhaupt ausgenutzt wird und ob ein Stoß mit oder ohne Abgleiten vorliegt. Bei einem Stoß ohne Abgleiten sind die Komponenten in Tangentenrichtung gleich lang (es liegt Haftreibung vor), bei einem Stoß mit Abgleiten unterscheiden sie sich unter Umständen erheblich voneinander (es liegt Gleitreibung vor).

Die beiden zur Verfügung stehenden Methoden arbeiten im Prinzip nach denselben Formeln unterscheiden sich nur in der Deutung der Eingabe des Reibwertes:

Impuls vorwärts (Reibwert als Grenze): Der eingegebene Reibwert ist ein Grenzwert der in der Kontaktzone maximal auftretende Reibkräfte. Wird der durch den Reibwert vorgegebene Reibkegel nicht verlassen, so liegt ein Haftstoß vor und die Komponenten der Berührungspunktsgeschwindigkeiten parallel zur Tangente sind gleich. Liegt ein Haftstoß vor, so ist der bei der Kollision auftretende Reibwert kleiner als die Eingabe (maximal gleich groß).

Impuls vorwärts (R fest): Bei dieser Methode wird der Stoß exakt mit dem vorgegebenen Reibwert gerechnet.

Es erfolgt eine Überprüfung der Größe des Reibwertes. Es gilt, dass die Reibungskraft entgegengesetzt zur Richtung der Relativbewegung der Berührflächen wirkt. Das heißt die Kraft muss entgegengesetzt zur schnelleren Parallelkomponente der Berührungspunktsgeschwindigkeiten sein. Wird der Reibwert vergrößert, so verkleinert sich der Unterschied der Parallelkomponenten. Wird der Reibwert über die für einen Haftstoß notwendigen Wert vorgegeben, so würde das vorher langsamere Fahrzeug zum schnelleren werden und die Reibungskraft in Richtung der nunmehr schnelleren Komponente wirken, was physikalisch natürlich falsch ist. Tritt dies ein, so erfolgt die Fehlermeldung: „Reibwert zu groß“.

Weiters erfolgt eine Prüfung, ob die Fahrzeuge nach der Kollision weiter ineinander eindringen würden. Wenn der Vektor der Berührungspunktsgeschwindigkeit von Fahrzeug

1 zwischen dem von Fahrzeug 2 und dessen Schwerpunkt zeigt bzw. umgekehrt, so erfolgt der Warnhinweis, dass die Eingabe überprüft werden soll.

Die manuelle Eingabe wird in Fällen anzuwenden sein, wo ein leichtes Abgleiten erfolgt. Zu berücksichtigen ist, dass ein Abgleiten immer mit Reibung verbunden ist, je größer die Relativbewegung, desto größer ist bis zu einer bestimmten Grenze auch die Reibung zu erwarten.

	Impuls rückwärts	Impuls vorwärts
Fahrzeug 1		
Richtung Impuls nach Kollision	SV	
Betrag Impuls nach Kollision	SV	
Richtung Impuls vor Kollision	E	E
Betrag Impuls vor Kollision		E
Drall nach Kollision	SV	
Drall vor Kollision	E	E
EES-Wert		
Fahrzeug 2		
Richtung Impuls nach Kollision	SV	
Betrag Impuls nach Kollision	SV	
Richtung Impuls vor Kollision	E	E
Betrag Impuls vor Kollision		E
Drall nach Kollision	SV	
Drall vor Kollision	E	E
EES-Wert		
Orientierung von Berührtangente und -normale	E**	E
Berührungspunktsgeschwindigkeit nach Kollision in Normalrichtung (k)		E
Berührungspunktsgeschwindigkeit nach Kollision in Tangentenrichtung (kt)		
Reibwert in der Kontaktzone (μ)		E*

* Je nach Variante als Vorgabe oder als Grenze

** Wird nur für die Strukturdaten und Aufteilung der EES-Werte benötigt

TIPPS UND TRICKS IN DER VORWÄRTSANALYSE

Will man eine Kollisionsanalyse in Vorwärtsrechnung durchführen, so muss der Anwender anhand der verfügbaren Anhaltspunkte überlegen, wie sich die Kollision wahrscheinlich ereignet hat und um welche Art von Kollision es sich gehandelt hat. Die allgemeine Vorgehensweise ist deutlich verschieden von der Rückwärtsrechnung und erfordert vom Anwender sehr gute Kenntnisse auf dem Gebiet der Kollisionsmechanik.

Es wird zu Beginn der Berechnungen eine Anfangshypothese über den wahrscheinlichen Kollisionsablauf aufgestellt und anhand der Daten nachfolgender Tabelle wird geprüft, ob die Hypothese richtig war. Im Normalfall sind mehrere Änderungen der Anfangshypothese notwendig, bevor ein den aktuellen Fall richtig beschreibendes Ergebnis erarbeitet ist.

Zu der Anfangshypothese gehören folgende Daten:

Anfangsdaten	Beurteilungsgrundlagen
Kollisionsgeschwindigkeiten	Fahrzeugschäden und Auslaufwege
Gier- und Kurswinkel	Fahrverhalten vor der Kollision
Lage des Kontaktpunkts	Schadensbilder an beiden Fahrzeugen
Orientierung der Berührtangente	Schadensbilder, Eindringverhalten
Reibung in der Kontaktzone	Art der Kollision, Fall mit oder ohne Abgleiten
Elastizität der Stoßpartner	Differenzgeschwindigkeit der Berührungspunkte nach der Kollision, Struktursteifigkeiten der betroffenen Fahrzeugteile
Eindringtiefe	bleibende Deformation, dynamische Deformation, Kriechneigung von Kunststoffteilen
Steifigkeitsverhältnisse in der Kontaktzone	Lage der Kollisionszone am Fahrzeug, Bewertung der betroffenen Strukturen
Deformationsenergie, EES-Werte	Schadensbilder
Richtungen der Berührungspunktsgeschwindigkeit nach der Kollision	Art der Kollision, Fall mit oder ohne Abgleiten
Fahrbahnbezogener Kollisionsort	Spuren auf der Fahrbahn, Fahrbewegungen vor der Kollision
Endlagen der Fahrzeuge	Unfallskizze, Angaben der Beteiligten

Die Anfangshypothese kann durch eine fahrdynamische Berechnung der Auslaufbewegung getestet werden.

MAUERANPRALL

Da die „Auslaufbewegung eines Hindernisses“ nicht ermittelt werden kann, ist die Rückwärtsanalyse in der herkömmlichen Art und Weise nicht anwendbar. Wenn nun die Auslaufbewegung des aufprallenden Fahrzeugs bekannt ist, so wäre die Rückwärtsanalyse aber wünschenswert. Im hier entwickelten Verfahren wurde die Rückwärtsanalyse mit der Vorwärtsanalyse kombiniert. Vom aufprallenden Fahrzeug ist der Auslauf bekannt, vom festen Hindernis ist bekannt, dass die Kollisionsgeschwindigkeit 0 ist, das heißt der Einlauf ist bekannt.

Die Daten für das aufprallende Fahrzeug sind bei den Fahrzeugdaten links einzugeben, für die Mauer bzw. das Hindernis ist die rechte Spalte vorgesehen.

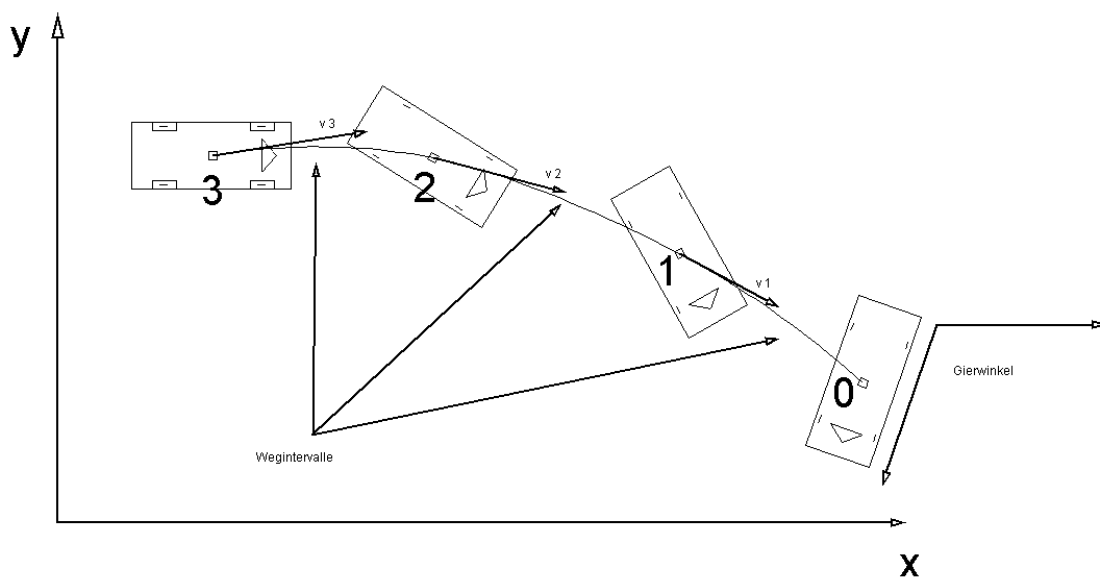
Sie müssen für die Mauer bzw. das Hindernis eine Fahrzeugnummer vergeben und bei den Fahrzeugdaten eine entsprechend große Masse eingeben. In der Eingabemaske der geometrischen Daten können Sie als Fahrzeug „Hindernis“ wählen, dann werden vordefinierte Daten übernommen.

Zum Unterschied zur normalen Rückwärtsanalyse ist beim Maueranprall der Reibwert einzugeben. Die Methode kann immer dann angewendet werden, wenn der Anstoß gegen ein stehendes Objekt erfolgt und die Stoßrichtung in Richtung Schwerpunkt geht.

AUSLAUFANALYSE

SPURVERFOLGUNG (AUSLAUFANALYSE RÜCKWÄRTS)

Die Spurverfolgung kommt vor allem dann zum Einsatz, wenn man aufgrund von Spuren eine relativ gute Ahnung vom Auslauf eines Fahrzeuges haben kann.



Es werden beginnend von der Endposition (0) Zwischenpositionen definiert. In der voranstehenden Abbildung wurden vom Beginn der Spurverfolgung (Beginn des Auslaufes, Position 3) zwei weitere Positionen definiert. Zwischen den Punkten muss der Kurs ermittelt werden. Die Genauigkeit wird erhöht, wenn dies an Stelle von Sehen durch eine „Spline-Berechnung“ erfolgt. Der Kurswinkel ergibt sich dann aus der Richtung der Tangente des Splines im betreffenden Punkt.

Der Schwimmwinkel ergibt sich aus der Beziehung: $\beta_i = \Psi_i - v_i$

β_i ... Schwimmwinkel

Ψ_i ... Gierwinkel

v_i ... Kurswinkel

Der Geschwindigkeitsberechnung liegt ein Einradmodell zugrunde.

Es werden die Verzögerungen an den definierten Positionen berechnet. Die Berechnung der Geschwindigkeitsänderung im Teilstück erfolgt als Schwellphase, das bedeutet es wird eine lineare Änderung der Verzögerung in jedem Intervall angenommen. Die Verzögerung an den definierten Positionen errechnet sich aus dem Schwimmwinkel und dem Teilbremsfaktor.

Die Standardformel hierfür lautet:

$$a_i = a_{max} (TB_i + (1 - TB_i) |\sin(\beta_i)|)$$

Dieser Formel liegt ein linearer Zusammenhang zwischen der Seitenführungskraft und der Umfangskraft zugrunde. Der Teilbremsfaktor geht hier richtungsunabhängig in die Berechnung ein. Die maximale Seitenführungskraft wird gleich groß wie die maximale Umfangskraft angenommen.

Diese Formel kann nun modifiziert werden, indem für die Längs- und für die Querrichtung eine unterschiedliche maximale Verzögerung angenommen werden kann.

Modifiziertes Lineares Modell:

$$a_i = a_{max} TB_i + a_{s_{max}} (1 - |TB_i|) |\sin(\beta_i)|$$

$$a_{max} = a_{U_{max}} \sqrt{\cos(\beta_i)^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}$$

$$a_{s_{max}} = a_{U_{max}} RV$$

$$a_{U_{max}} = 9,81 \mu_B$$

μ_B ... Reibwert zwischen Reifen und Fahrbahn

TB ... Teilbremsfaktor

RV ... Verhältnis des Reibwertes: längs zu quer = 1 : RV

u ... längs

s ... quer

Wird der Teilbremsfaktor negativ eingegeben, so bedeutet dies eine Beschleunigung.

Wird das Lineare Modell verwendet, so tritt der Teilbremsfaktor als richtungsunabhängiger Summand auf.

Elliptisches Modell:

In AnalyzerPro kann zudem ein Zusammenhang nach einer Ellipsengleichung verwendet werden:

$$a_i = a_{max} \sqrt{(TB_i \cos(\beta_i))^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}$$

Damit auch eine Beschleunigung in Längsrichtung berücksichtigt werden kann, muss diese Formel modifiziert werden:

$$a_i = a_{U_{max}} \frac{\text{sgn}(TB_i)(TB_i \cos(\beta_i))^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}{\sqrt{(TB_i \cos(\beta_i))^2 + (RV \sin(\beta_i))^2}}$$

Bei dieser Formel ist der Teilbremsfaktor auf die Längsrichtung (Richtung der Umfangskraft) bezogen. Bei kleinen Schwimmwinkeln und kleinen Teilbremsfaktoren ist die resultierende Verzögerung tendenziell kleiner als nach der Standardformel.

Im Ellipsen-Modell tritt der Teilbremsfaktor als richtungsabhängige Größe auf. Das heißt mit zunehmendem Schwimmwinkel wird die durch den Teilbremsfaktor verursachte Verzögerung (Beschleunigung) in Längsrichtung kleiner, während die durch die Querkraft erzeugte Verzögerung größer wird.

VERGLEICH LINEARES UND ELLIPTISCHES MODELL

Der Vergleich der beiden Modelle zeigt, dass bei kleinen Schwimmwinkeln die Verzögerung mit zunehmenden Teilbremsfaktoren etwas langsamer ansteigt.

Angenommene Werte für den Vergleich:

Reibwert: 0,8

Reibwertverhältnis längs zu quer: 1 : 0,9

Teilbremsfaktor	Phi (°)	a (m/s ²) elliptisches Modell	a (m/s ²) lineares Modell
0.1	0	0,8	0,8
1	0	7,8	7,8
0	10	1,2	1,2
0,1	10	1,4	1,9
0,2	10	2,0	2,5
0,3	10	2,6	3,2
0,4	10	3,3	3,9
0,5	10	4,1	4,5
0,6	10	4,8	5,1
0,7	10	5,5	5,8
0,8	10	6,3	6,5
0,9	10	7,1	7,2
1	10	7,8	7,8
0	20	2,4	2,4
0,1	20	2,5	3,0
0,2	20	2,8	3,5

0,3	20	3,3	4,0
0,4	20	3,8	4,6
0,5	20	4,4	5,1
0,6	20	5,0	5,6
0,7	20	5,7	6,2
0,8	20	6,4	6,7
0,9	20	7,1	7,2
1	20	7,8	7,8
0	30	3,5	3,5
0,1	30	3,6	3,9
0,2	30	3,8	4,4
0,3	30	4,1	4,8
0,4	30	4,5	5,2
0,5	30	4,9	5,6
0,6	30	5,4	6,0
0,7	30	5,9	6,4
0,8	30	6,5	6,8
0,9	30	7,1	7,2
1	30	7,7	7,7
0	60	6,1	6,1
0,1	60	6,1	6,2
0,2	60	6,2	6,3
0,3	60	6,2	6,5
0,4	60	6,3	6,6
0,5	60	6,4	6,7
0,6	60	6,6	6,8
0,7	60	6,7	6,9
0,8	60	6,9	7,0
0,9	60	7,1	7,2
1	60	7,3	7,3
0	90	7,1	7,1
0,1	90		
0,2	90		
0,3	90		
0,4	90		
0,5	90	7,1	7,1
0,6	90		
0,7	90		
0,8	90		
0,9	90		
1	90	7,1	7,1

FAHRDYNAMISCHE BERECHNUNG (AUSLAUFANALYSE VORWÄRTS)

Die vollständige Simulation eines Fahrvorgangs bedarf einer Vielzahl von Eingabegrößen. Um den Vorgang abschätzbarer zu machen, werden Parameter, die nur geringe Auswirkungen auf den Bewegungsablauf besitzen, mehr oder weniger umfänglich vernachlässigt. Von diesen Vereinfachungen hängt es ab, für welche Zwecke ein solches Modell einsetzbar ist und für welche nicht.

Allgemeine Eingabeparameter sind:

- Umgebungsdaten inklusive Fahrbahnneigung
- Kraftschlussbeiwert
- Trennkurve (diverse Reibwertflächen)
- Kriterien für die Spurzeichnung
- Minimale Schlupfgrenze
- Faktor für den Schräglaufwinkel
- Fahrzeugdaten / Fahrzeuggeometrie
 - Länge, Breite, Radstand, Überhang, Spurweite
 - Schwerpunktsrücklage
 - Leergewicht, zulässiges Gesamtgewicht
 - Beladungssituation
 - Federsteifigkeiten, Wanksteifigkeiten, Struktursteifigkeiten
 - Kraftverteilung
 - Antriebsleistung
 - Antriebsart
 - Bremsanlagentyp, Bremskraftverteilung
 - Reifen
 - Maximale Tragfähigkeit
 - Lage des Schräglaufwinkelmaximums
 - Quotient zwischen Gleit- und Haftreibbeiwert
 - Achsgeometrie
 - Lenkübersetzung

Zeitabhängige Eingabeparameter sind:

- Lenkradwinkelvorgabe
- Bremspedalkräfte
- Gaspedalstellungen
- Zeitabhängige Reibwerte, Reifenzustandsfaktoren und Teilbremsfaktoren

Anfangsbedingungen sind:

- Anfangsgeschwindigkeit des Fahrzeugschwerpunktes
- Anfangsposition
- Kurs- und Gierwinkel
- Giergeschwindigkeit

Abbruchbedingungen sind:

- Maximale Simulationsdauer

Programmeigenschaften in der Fahrdynamik:

- Es wird ein dreidimensionales Fahrzeugmodell verwendet, bei dem aber nur die drei Freiheitsgrade Querbewegung, Längsbewegung und Gierbewegung als unabhängige Größen berechnet und in einer Ebene dargestellt werden.
- Dynamische Radlasten werden aus Quer- und Längsbeschleunigung errechnet. Das überbestimmte System wird durch Einführung von Wankwinkel und Achsfedersteifigkeiten gelöst (Rollmomentenverteilung).
- Äußere Kräfte, die auf das Modell wirken, sind: Gewichtskraft, dynamische Radlasten, Umfangskräfte, Seitenkräfte, Trägheitskräfte
- Die zeitliche Vorgabe von beliebigen Bremskräften ist möglich. Sie können in Form von Wertepaaren (Bremspedalkraft als Funktion der Zeit) eingegeben werden. Auf dieselbe Weise können Antriebskräfte durch die Angabe von Gaspedalstellungen und Lenkradwinkel einem bestimmten Zeitpunkt zugeordnet werden. Die benötigten Werte der Zwischenzeitschritte werden durch lineare Interpolation ermittelt. Durch Angaben über die installierte Bremskraftverteilung können die Bremskräfte im richtigen Verhältnis auf die Räder verteilt werden. Die Antriebskraftverteilung erfolgt durch Angabe des Antriebskonzepts. Mit Hilfe der Lenkübersetzung können Aussagen über die Lenkraddrehgeschwindigkeit gemacht werden. Das Modell besitzt eine Vorderradlenkung. Die Berücksichtigung von Vorspur oder Radstellungsfehlern durch Deformation ist möglich.
- Das Programm besitzt ein einfaches Fahrermodell. Fahrmanöver können durch Vorgabe bestimmter Lenkwinkel, Gaspedal- bzw. Bremspedalstellung realisiert werden.
- Reifenseitenkräfte werden aus Schräglaufwinkel, Radlast, Umfangskraft und Reibwert ermittelt. Kinematische Größen dafür sind Giergeschwindigkeit, Schwerpunktsgeschwindigkeit, Momentanpolkoordinaten, Radaufstandpunktskoordinaten und Lenkwinkel. Die Berechnung der Seitenkräfte erfolgt anhand des (statischen) Reifenkennfelds „IPG-Tire“.
- Es ist möglich eine Fläche unterschiedlichen Reibwerts bei der Berechnung zu berücksichtigen. Innerhalb dieser Trennfläche wird dann ein anderer Kraftschlussbeiwert definiert. So kann z.B. simuliert werden, dass sich auf der Fahrbahn ein Ölfleck befand, oder dass das Fahrzeug von der Fahrbahn abkam und seine Bewegung auf dem Grünstreifen fortsetzte.
- Als Hilfsmittel zur Beurteilung der Berechnung können die momentanen Werte von Weg, Geschwindigkeit, gesamte Beschleunigung, Querbeschleunigung, Giergeschwindigkeit und Kurswinkel in einem Koordinatenfenster angezeigt werden.

TIPPS UND TRICKS IN DER FAHRDYNAMIK

Zu bedenken ist, dass die fahrdynamischen Berechnungen auf einem Modell basieren. Daher sind Abweichungen zur Realität möglich. Diese können aber durch eine geeignete Festlegung der Parameter minimiert werden. Empfehlenswert ist es einen Test durchzurechnen, der dem zu untersuchenden Fall nahekommt und dort die Anwendbarkeit des Modells zu prüfen.

Allgemeines:

Vom Schleudern eines Fahrzeugs spricht man dann, wenn es vom Fahrer nicht mehr beherrschbare Bewegungen ausführt. Schleudern kann durch Fahreraktionen ohne Einwirkungen äußere Kräfte hervorgerufen werden oder durch äußere Kräfte, beispielsweise durch Kollision mit einem anderen Körper.

Am häufigsten muss vom Sachverständigen der schleudernde Auslauf nach Kollision untersucht werden. Zu einem geringeren Anteil, z.B. bei der Beurteilung von Alleinunfällen, sind Schleudervorgänge zu beurteilen, die durch Fahreraktionen verursacht wurden.

Bei der Untersuchung von Schleudervorgängen sind verschiedene Merkmale zu beachten, die eine Einordnung und Interpretation erlauben:

Schleudern durch Fahreraktion:

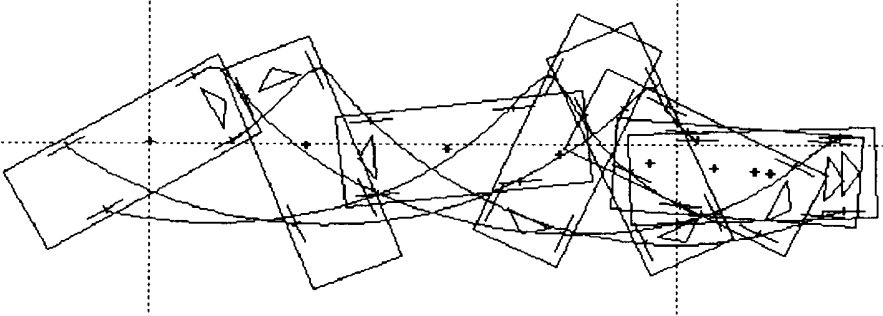
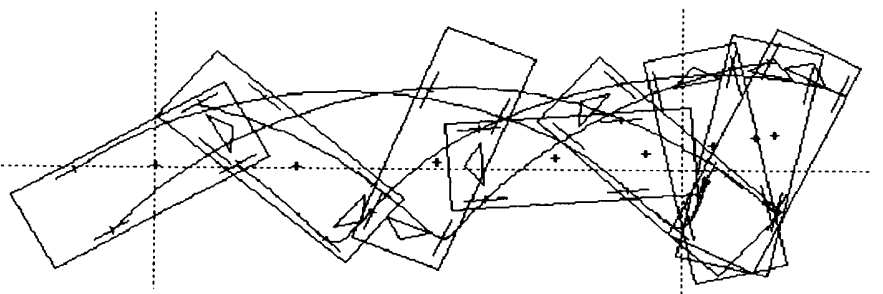
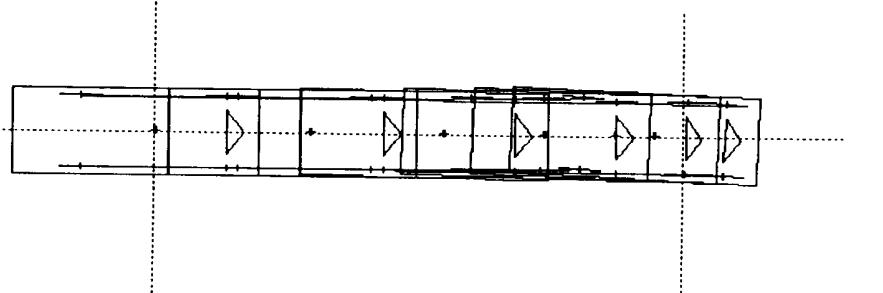
- Driftspuren, aus denen man aus dem Verlauf der Streifen in den Reifenspuren erkennen kann, ob zusätzlich gelenkt oder gebremst wurde
- Blockierspuren von luftleeren Reifen oder von Felgenhörnern, die Hinweis auf technische Mängel sein können.
- Abkommensvorgänge, auch teilweise von der Fahrbahn. Reibwertunterschiede, die Gierbewegungen infolge Bremsung hervorrufen.

Schleudern durch Kollision:

- Spuren von meist allen Rädern und weitgehend geradliniger Schwerpunktsweg zeigen an, dass die Räder des Fahrzeugs blockiert waren.
- Bogenförmiger Verlauf des Schwerpunktswegs weist darauf hin, dass keine oder nicht alle Räder blockiert waren.
- Bei nicht blockierten Rädern ist es für die richtige Bemessung der Verzögerungen bedeutsam, ob Translation und Rotation gleichzeitig oder zeitlich versetzt enden.

In den nachstehenden Bildern sind Beispiele aus mathematischer Simulation dargestellt. Mit ihnen sollen einige prinzipielle Unterschiede und Einflüsse aufgezeigt werden.

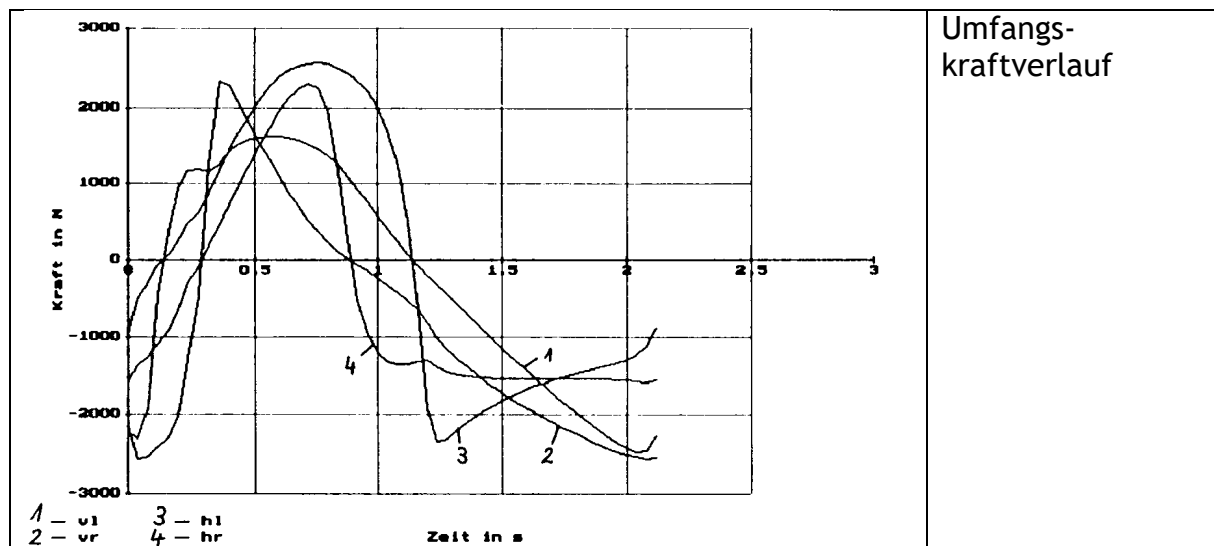
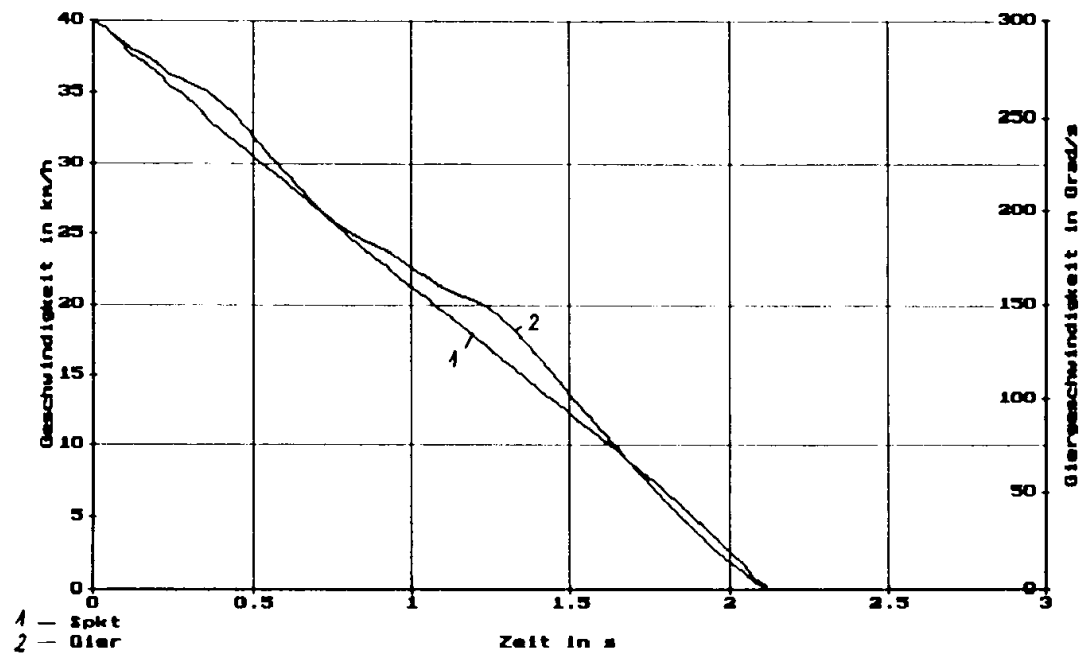
Simulation A: Schleudernder Auslauf mit blockierten Rädern, Drehung links herum (positiv)	$v = 40 \text{ km/h}$ $s = 11,8 \text{ m}$
---	---

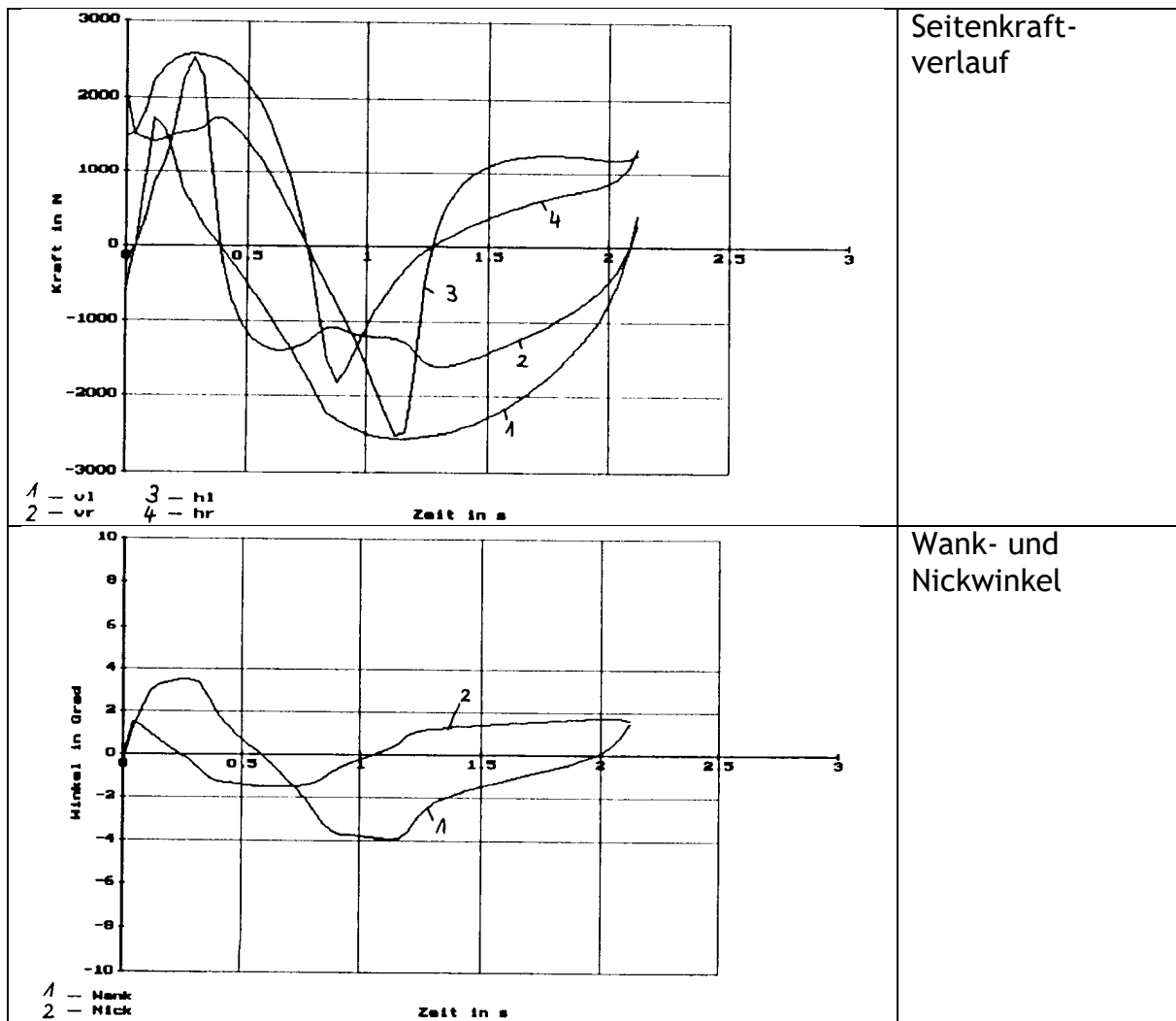
	$\mu = 0,8$ $a = 5,22 \text{ m/s}^2$ $t = 2,14 \text{ s}$
Simulation B: Schleudernder Auslauf mit blockierten Rädern, Drehung rechts herum (negativ) 	$v = 40 \text{ km/h}$ $s = 11,8 \text{ m}$ $\mu = 0,8$ $a = 5,22 \text{ m/s}^2$ $t = 2,14 \text{ s}$
Simulation C: Vollbremsung mit vier blockierten Rädern 	$v = 40 \text{ km/h}$ $s = 9,63 \text{ m}$ $\mu = 0,8$ $a = 6,39 \text{ m/s}^2$ $t = 1,73 \text{ s}$

Man erkennt aus den Grafiken, dass auch bei blockierten Rädern ein vollständig geradliniger Schwerpunktsweg bei schleuderndem Auslauf nicht zu erwarten ist.

Ferner fallen die tatsächlichen Verzögerungen gegenüber dem maximalen Kraftschluss (hier $\mu = 0,8$) sowohl bei Vollbremsung und mehr noch beim Schleudern nicht unerheblich ab. Dieser Abfall resultiert aus den Reifenkennlinien in Verbindung mit den Radlastschwankungen. Der Vergleich der Verzögerung bei Vollbremsung mit der beim schleudernden Auslauf mit blockierten Rädern zeigt einen bedeutsamen Unterschied. Die Verzögerung beim schleudernden Auslauf ist hier etwa 18 % geringer als bei der Vollbremsung. Im Allgemeinen empfiehlt es sich beim schleudernden Auslauf mit blockierten Rädern mit 80 % der bei Vollbremsung anzunehmenden Verzögerung zu rechnen. In den nachstehenden Diagrammen sind Verläufe wichtiger Kenngrößen für die Simulation A dargestellt. Beachtenswert sind der fast lineare Abbau von Schwerpunkts- und Giergeschwindigkeit (hier z.B. $5,22 \text{ m/s}^2$ und 140 Grad/s^2), die Phasenverschiebung der Maxima bei Umfangs- und Seitenkräften und der Umstand, dass die Wankwinkel immer größer sind als die Nickwinkel.

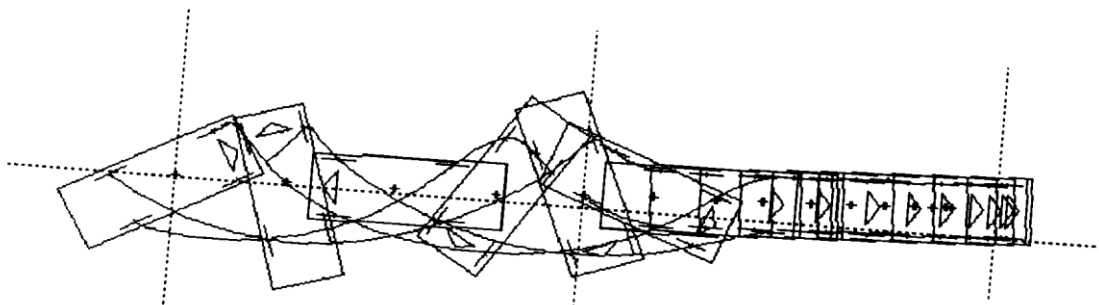
Verlauf von Schwerpunkts- und Giergeschwindigkeit:



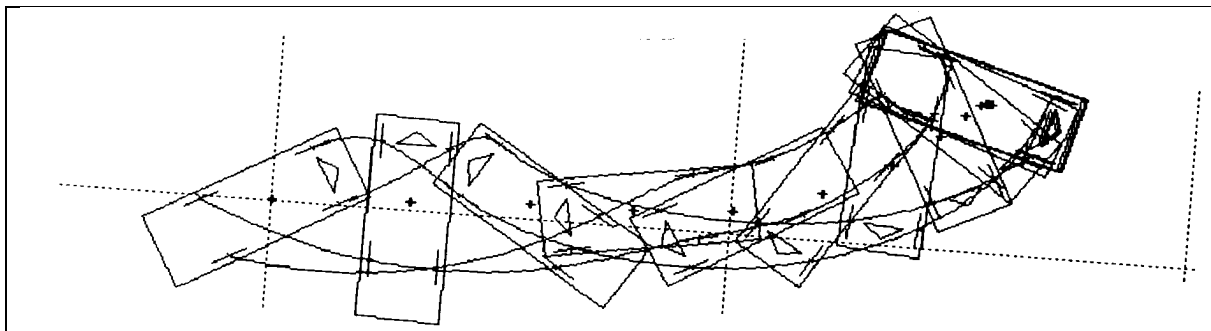


Bei nicht blockierten Rädern sehen die Bewegungen der schleudernden Fahrzeuge anders aus: Reifenspuren sind nur fragmentarisch vorhanden, die Schwerpunktsbahn ist oft deutlich bogenförmig (Räder verformt, Lenkung eingeschlagen), Translation und Rotation enden meist nicht gleichzeitig. Die drei folgenden Simulationsrechnungen zeigen grundsätzliche Sachverhalte. Insbesondere ist der sehr verschiedenartige Abbau von Translation und Rotation bei Anwendung von Näherungsformeln zu beachten.

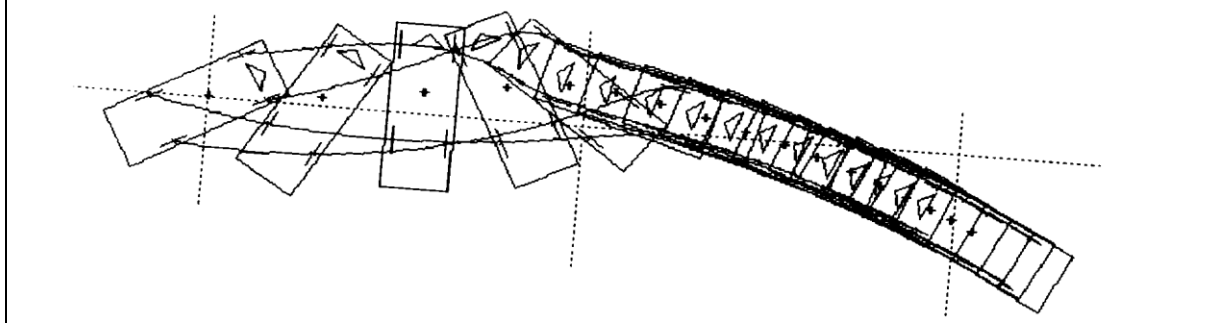
Simulation D: Schleudern mit freirollenden Rädern, leicht gebremst



Simulation E: wie D, jedoch Rotation und Bremsung geringer

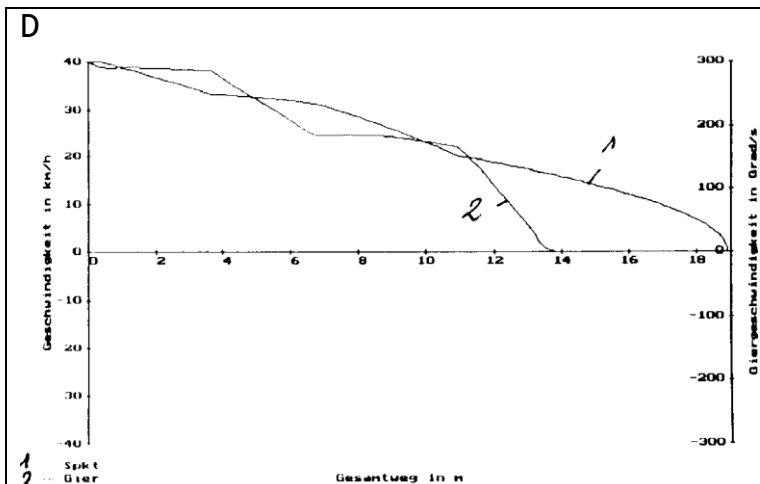


Simulation F: wie E, jedoch Rotation geringer und Lenkeinschlag bei $t = 3$ s



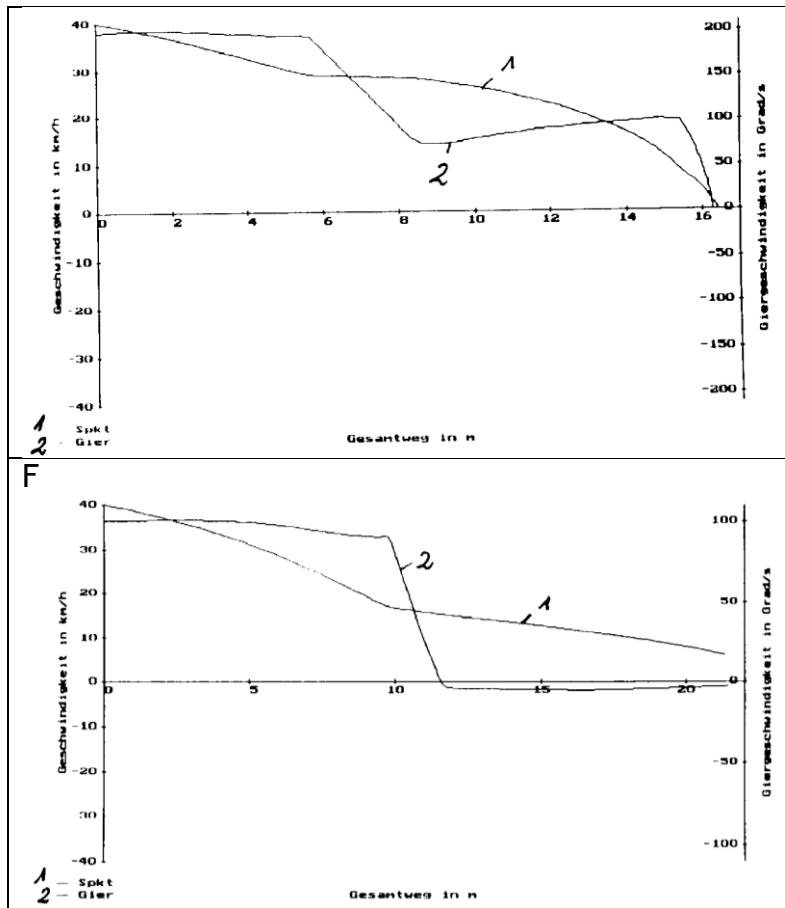
Bei den Simulationen D bis F war die Anfangsgeschwindigkeit, genauso wie bei den vorausgegangenen, 40 km/h. Die Giergeschwindigkeit war bei Simulation D 300 Grad/s.

Der Abbau der Geschwindigkeiten ist auf den nachstehenden Diagrammen dargestellt:



Im Gegensatz zu den blockierten Rädern ist jetzt ein treppenartiger Geschwindigkeitsabbau vorhanden. Die Rotation ist nach 1,8 s oder 13,5 m bei 0. Die mittlere Verzögerung berechnet sich mit 167 Grad/s^2 . Bei $t = 1,8$ s ist die lineare Geschwindigkeit noch bei 15,6 km/h. Der restliche Auslaufweg ist 5,5 m, die zugehörige Verzögerung

E



ist $2,75 \text{ m/s}^2$. Die Verzögerung für den Geschwindigkeitsabbau von 40 auf 15,6 km/h erfolgte über 13,5 m und betrug somit im Mittel nur $1,7 \text{ m/s}^2$.

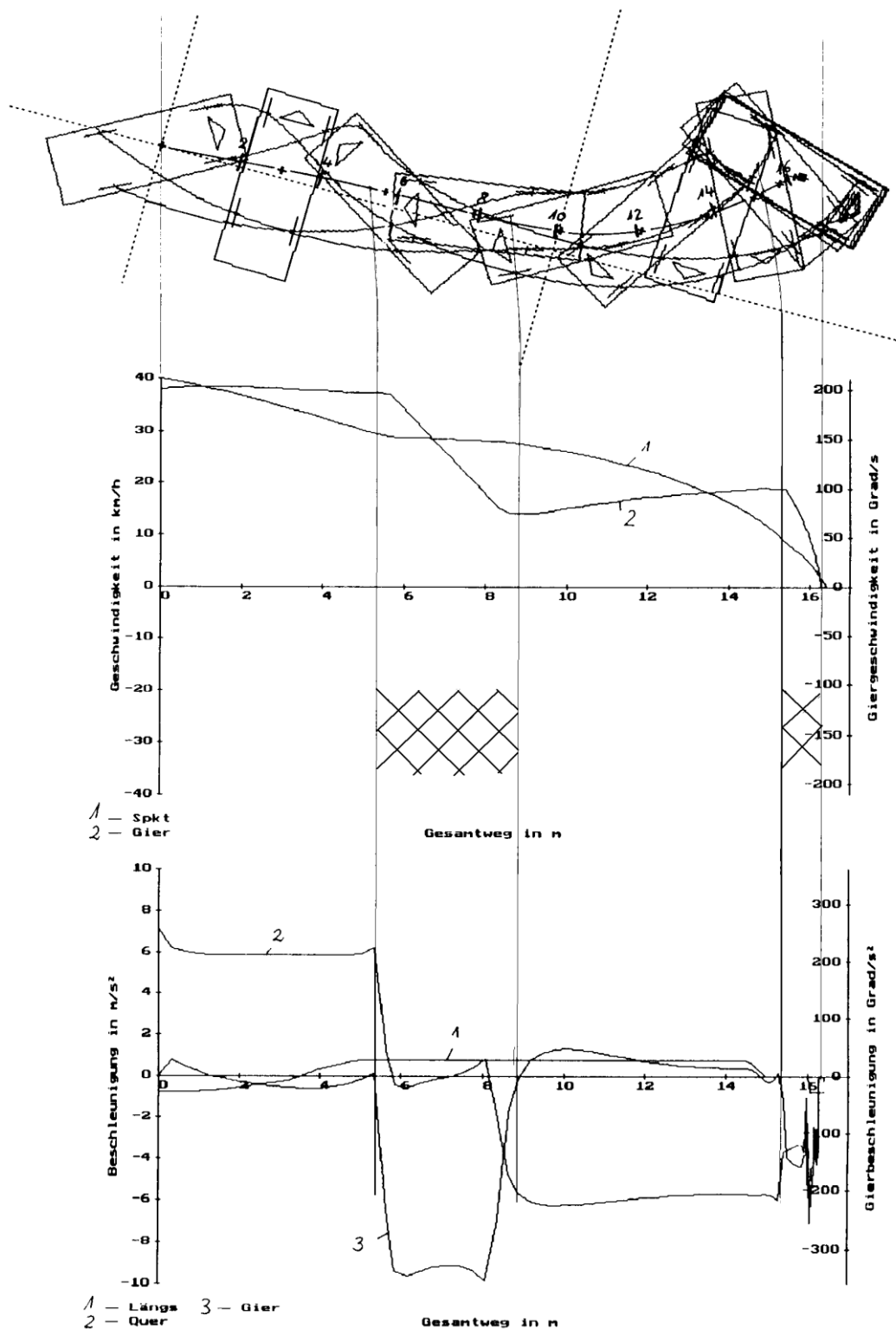
Bei der Simulation E war die Anfangsgiergeschwindigkeit nur 200 Grad/s. Die Bremswirkung an den Hinterrädern wurde von einem Teilbremsfaktor $TB = 0,1$ auf 0,04 reduziert.

Zufälligerweise enden jetzt Translation und Rotation nahezu gleichzeitig. Die mittleren Verzögerungen berechnen sich mit $3,8 \text{ m/s}^2$ und 67 Grad/s^2 . Die Diagramme über den Geschwindigkeitsverlauf während des Schleudervorgangs zeigen, dass weder der lineare noch erst recht der rotatorische Geschwindigkeitsabbau konstant sind. Die rotatorische Geschwindigkeit wird während einer Strecke von knapp 4 m auf weniger als die Hälfte reduziert, danach erfolgt sogar eine Beschleunigung und dann erfolgt der Abbau auf 0 innerhalb von etwa 1 m Strecke. Die Gierverzögerung erreicht Maximalwerte von 330 Grad/s^2 . Hier stellt sich durchaus die Frage, bei welchem Schwimmwinkel die größte Gierverzögerung auftritt und wann diese weitgehend konstant ist, bzw. sogar beschleunigt wird. Auf diese Problematik wird etwas später eingegangen.

Bei der Simulation F wurde die Anfangsgiergeschwindigkeit weiter auf 100 Grad/s verringert. 3 s nach Schleuderbeginn wurde das Lenkrad 90 Grad nach links eingeschlagen. Auf dem zugehörigen Diagramm sieht man, dass die Rotation auf knapp 2 m Strecke abgebaut wird, die zugehörige Gierverzögerung hat einen Maximalwert von 220 Grad/s^2 und einen Mittelwert, bezogen auf die gesamte Strecke, während der der Abbau erfolgte, von 60 Grad/s^2 . Die lineare Verzögerung war bis zum vollständigen Abbau der Rotation im Mittel 2 m/s^2 , danach bis zum Stillstand etwa $0,9 \text{ m/s}^2$.

Betrachtet man die Simulation E, bei der Translation und Rotation etwa gleichzeitig enden, etwas genauer, dann kann man auch Aussagen dazu machen, wann

Rotationsgeschwindigkeit abgebaut wird und wann nicht. Dazu wurden der Schleudervorgang, der Geschwindigkeitsabbau und die zugehörigen Verzögerungen in vergleichbarem Maßstab untereinander gezeichnet. Daraus und aus weiteren Berechnungen, sowie aus der Auswertung von Messaufschrieben oder Filmauswertungen von Unfallversuchen kann abgeleitet werden, dass die Rotation hauptsächlich bei Schwimmwinkeln zwischen 0 und ± 30 Grad abgebaut wird. Die Gierverzögerung hängt auch von dem Verhältnis von Translation zu Rotation ab.



EINFÜHRUNG

Bei der mathematischen Simulation kommt der Nachbildung der Wirkung der Kräfte in der Reifenaufstandsfläche die größte Bedeutung zu. Die Kraftfahrzeugindustrie unternimmt gewaltige Anstrengungen, um den immer höheren Anforderungen an die Zuverlässigkeit ihrer Produkte gerecht zu werden. Damit verbunden ist die Notwendigkeit, weitere detaillierte Kenntnisse über die sicherheitsrelevanten Bauteile eines Fahrzeugs zu erhalten. Die Fahrzeugeigenschaften des Fahrzeugs werden optimal an den Fahrer angepasst, der Wagen soll immer gut kontrollierbar bleiben und sein Verhalten in allen Situationen vorhersehbar. Diese Ansprüche können unter dem Begriff „dynamische Fahrsicherheit“ zusammengefasst werden. Zur Erreichung dieses Ziels müssen Fahrstabilität, Lenkung und Bremsverhalten abstimmt werden. Konstruktive Maßnahmen am Fahrgestell und am Reifendesign sind dafür notwendig.

Eine entscheidende Rolle hierbei spielt der Reifen als Verbindungsglied zwischen Fahrzeug und Fahrbahn. Sein Verhalten entscheidet letztlich darüber, wie sicher Brems- und Lenkkräfte übertragen werden können.

Um den Einfluss der Reifen auf das Fahrzeugverhalten besser kontrollieren und vorhersagen zu können, wurden schon über Jahrzehnte hinweg umfangreiche Fahrverhaltensstudien und Messungen durchgeführt, Simulationsprogramme wurden erarbeitet. Ein wichtiger Schritt bei solchen Untersuchungen ist die Entwicklung eines geeigneten Simulationsmodells für die Reifeneigenschaften.

Gerade die Eigenschaften der Reifen sind nur sehr schwer mathematisch beschreibbar. Ein wesentlicher Grund liegt darin, dass die Reibungsgesetze der klassischen Mechanik (Coulombsche Reibung) beim Reifen, wie er bei Automobilen Verwendung findet, nicht angewendet werden können. Gummi ist kein starrer Körper, sondern besitzt viskoelastische Eigenschaften von hoher Komplexität. Einen einzelnen diskreten Kraftschlussbeiwert zwischen Reifen und Fahrbahn gibt es deshalb nicht. Nach der Theorie der Gummireibung setzt sich die momentan übertragene Reibkraft aus den folgenden vier Komponenten zusammen:

- Adhäsionskomponente (Scherung molekularer Bindungen)
- Hysteresekomponente (Verformung des Gummis)
- Viskosekomponente (Scherung einer Flüssigkeitsschicht in der Kontaktfläche)
- Kohäsionskomponente (Energieverluste durch Abrieb oder Einrisse)

Für die Fahrbewegung des Fahrzeugs ist die Adhäsionskomponente der Reifen von primärer Bedeutung. Ihr Maximum tritt bei sehr kleinen Gleitgeschwindigkeiten auf. Diese sind im normalen Fahrbetrieb im Bereich von Antriebs- und Bremschlupf vorhanden. Dabei ist die Erkenntnis von Bedeutung, dass ohne Schlupf keine Kraft übertragen wird.

Die Eigenschaften von Reifen werden meist auf Prüfständen ermittelt. Die übertragbaren Kräfte werden als Funktion von Schlupf oder Schräglaufwinkel gemessen. Weiteren Einfluss haben: Fahrbahnbeschaffenheit, Fahrbahnzustand, Fahrzeug- und Reifenzustand und Fahrzustand.

Bei der Fahrbahnbeschaffenheit ist an die verwendeten Materialien in der Fahrbahnoberfläche zu denken, an das Alter der Fahrbahndecke, die Verkehrsbelastung, die Jahreszeit und an die Mikro- und Makrorauigkeit. Von den Straßenbauern wurden verschiedene Messverfahren entwickelt, die zur Überwachung der Fahrbahngriffigkeiten dienen, es wird damit geprüft, wann Fahrbahndecken ersetzt werden müssen.

Der Fahrbahnzustand beschreibt die konkrete Art der Oberfläche, das heißt trockene, nasse, verschneite, vereiste oder verunreinigte Fahrbahn.

Beim Fahrzeug- und Reifenzustand ist an die konstruktive Gestaltung, die Achsaufhängung, die Reifendimension, die Profilgestaltung, den Reifeninnendruck und weiteres zu denken.

Beim Fahrzustand spielen Fahrgeschwindigkeit, Längs- und Querbefleunigung, Fahrzeugschwingungen und alle Fahreraktivitäten eine Rolle. Sie wirken sich auf die Radlast und auf Schlupf und Schräglauf als transiente Funktion aus.

MESSTECHNISCHE ERFASSUNG VON REIFENEIGENSCHAFTEN

Üblich ist für die Vermessung der Reifeneigenschaften und der Reifenkennlinien der Einsatz von Prüfmaschinen wie Innen- oder Außentrommelprüfstand und Flachbandprüfstand. Bei diesen Maschinen kann ein Rad (Reifen mit Felge) auf die sich drehende Trommel oder ein laufendes Band gedrückt werden. Das Rad kann angetrieben, gebremst, gelenkt oder geneigt werden. Die Radlast kann variiert werden.

Es entstehen dabei die typischen Kennlinien wie aus den Anlagen ersichtlich. Diese Kennlinien müssen nun in analytischer oder numerischer Form vorliegen, damit sie in Simulationsprogrammen eingesetzt werden können. Für die mathematische Darstellung der Reifeneigenschaften gibt es unterschiedlichste Ansätze in der Fachliteratur. Zu unterscheiden sind geschlossene Lösungen, die zahlreiche Vereinfachungen beinhalten können und iterative Verfahren, bei denen Messdaten eingegeben und Zwischenwerte punktweise bestimmt werden.

MATHEMATISCHE ERSATZMODELLE FÜR REIFEN

Die Ersatzmodelle zur Beschreibung von Umfangskraft über Schlupf und Seitenkraft über Schräglauf können beliebige Komplexität aufweisen. Notwendig für eine

hinreichend genaue Beschreibung der Reifeneigenschaften ist die Darstellung der Abhängigkeit der übertragenen Umfangskraft abhängig vom Schlupf und der Reifenseitenkraft abhängig vom Schräglaufwinkel. Beide hängen erheblich von der Radlast ab. Deshalb gibt es Reifen mit bestimmter Tragfähigkeit.

Die Reifentragfähigkeit ergibt sich aus der Reifenbezeichnung. Dort finden sich auch Hinweise über die Veränderung der Reifentragfähigkeit abhängig vom Reifeninnendruck. Näherungsweise kann man sagen, dass pro 0,1 bar Druckänderung eine Änderung der Reifentragfähigkeit von 100 N eintritt.

Der Verlauf der Reifenseitenkraft über dem Schräglauf ist stark von der Reifenkonstruktion abhängig, jedoch auch von der Radlast, vom Reifeninnendruck und vom Sturz. Die Schwierigkeit liegt in der mathematischen Nachbildung dieser Kennlinie.

MODELLBILDUNG

Vor der Modellbildung muss entschieden werden, welche Einflüsse und Faktoren berücksichtigt werden sollen und von welchen anzunehmen ist, dass sie das Modell hinsichtlich der Fragestellung nicht nachhaltig beeinflussen. Modelle dieser Art können in ihrer vereinfachten Form daran mitwirken, Problembereiche einzugrenzen, um sich dann auf die relevanten Fragen zu konzentrieren.

Die Reifeneigenschaften können auf verschiedene Arten dargestellt und in Programmen auch verarbeitet werden:

- Darstellung durch Tabellen
- Darstellung durch Graphen
- Darstellung durch Formeln

Die ersten beiden Möglichkeiten sind recht schwierig in der Handhabung. Die Auswertung erfordert eventuell einen sehr hohen Aufwand oder kann vor allem bei Graphen eine notwendige Genauigkeit nicht erfüllen. Die beste Handhabung bietet jedoch die dritte Möglichkeit, nämlich die Verwendung einer geschlossenen Formel.

Bei einer Entscheidung zugunsten der Formel besteht die Wahl zwischen :

- Formeln, welche Reihen enthalten, z.B. Fourieransätze oder Polynome n-ten Grades
- Formeln, welche spezielle Modellfunktionen enthalten.

Die Verwendung von Reihen birgt einige Nachteile:

- Relativ viele Koeffizienten werden benötigt, um eine geschlossene Kurve an eine Menge von Daten anzupassen.

- Das Extrapolieren über den anzupassenden Bereich hinaus kann sehr große Abweichungen mit sich bringen.
- Die Koeffizienten beschreiben die Messgrößen im Allgemeinen nicht in einer erkennbaren Art und Weise, mit der es möglich wäre, die Werte kontrolliert und zielgerichtet zu verändern.

Der beste Weg, die genannten Nachteile zu umgehen, führt über eine auf das Problem zugeschnittene Modellfunktion. Diese sollte durch ihre besondere Struktur fähig sein, die gemessenen Daten mit einer großen Genauigkeit zu beschreiben. Darüber hinaus sollte sie Parameter besitzen, die sich auf die typischen Größen der Messdaten beziehen.

Um die aufgenommenen Daten leichter verarbeiten zu können und dabei eine schnelle und einfache Simulation der gemessenen Werte auf dem Rechner zu ermöglichen, sollte das Reifenmodell vor allem folgendes beschreiben können:

- Die Umfangskraft F_x als Funktion der Schlupfes X
- Die Seitenkraft F_y als Funktion des Schräglaufwinkels α
- Das Rückstellmoment M_z als Funktion des Schräglaufwinkels α

Dabei sollte das Modell folgende Anforderungen erfüllen:

- Es muss stationäres und dynamisches Verhalten beschreiben können.
- Die Koeffizienten sollten einfach aus Messungen zu erhalten sein.
- Es muss physikalisch sinnvoll sein, d.h. die Parameter sollten charakteristische Größen des Reifens beschreiben, um Rückschlüsse auf das Stabilitätsverhalten durch deren Veränderung ziehen zu können.
- Die Anzahl der Parameter sollte nicht zu groß sein, damit die Formel kompakt und einfach zu handhaben ist.
- Das Modell muss die Messwerte genau nachbilden

Die Erstellung eines mathematischen Reifenmodells ist jedenfalls eine sehr schwierige Sache, weswegen in AnalyzerPro das Modell „IPG-Tire“ der Firma IPG aus Karlsruhe angewandt wird. Diese Firma hat eine intensive Zusammenarbeit mit der Universität Karlsruhe und liefert Reifenmodelle an viele Forschungs- und Entwicklungsabteilungen in der Automobilindustrie auf der ganzen Welt. Das Reifenmodell wurde so angepasst, dass als Eingaben nur solche Werte verlangt werden, die den Sachverständigen entweder zur Verfügung stehen oder leicht abgeschätzt werden können. Diese Werte sind: Tragfähigkeit, Seitensteifigkeit und Verhältnis von Gleit- zu Haftreibung. Das Reifenmodell IPG-Tire wird nachfolgend in seinen gesamten Eigenschaften beschrieben.

REIFENMODELL

THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Die Qualität eines Reifenmodells hängt entscheidend davon ab, wie exakt, mit welchem Aufwand und in welchem Betriebsbereich Reifenreaktionen nachgebildet und dafür Reifenkennlinien approximiert werden können. Die Approximation von Reifenkennlinien und das Modell der physikalischen Gleichwertigkeit von Schlupf und Schräglaufwinkel sind diesbezüglich wichtige theoretische Fundamente von IPG-Tire.

Neben den statischen Reifenreaktionen ermittelt IPG-Tire auch das horizontaldynamische Verhalten. Dazu wird der Tiefpasscharakter des Reifens modelliert.

NACHBILDUNG VON REIFENKENNLINIEN

Aus dem kinematischen Zustand der Felge errechnet das Reifenmodell Schräglaufwinkel, Schlupf und Radlast und liefert den zu diesem Betriebspunkt zugehörigen Reaktionsvektor aus Seitenkraft, Umfangskraft beim Beschleunigen oder Bremsen und Rückstellmoment zurück.

Die entsprechenden Abhängigkeiten

- Seitenführungskraft als Funktion von Schräglaufwinkel, Radlast und wahlfreiem Zusatzparameter z ,
- Umfangskräfte als Funktion von Schlupf, Radlast und z ,
- Rückstellmoment als Funktion von Schräglaufwinkel, Radlast und z

werden in Messreihen ermittelt. Es sind also einzelne diskretisierte Messungen in einem begrenzten Messbereich vorhanden, während das Simulationsprogramm kontinuierliche Informationen in beliebigen Lastbereichen fordert. Daher ist eine Simulation erst möglich, wenn die Reihen von Einzeldaten in analytischer Form, also als kontinuierliche Funktionen, vorliegen. Wegen der relativen Unkenntnis der physikalischen Ursachen und der Komplexität des Zustandekommens der Reifenreaktionen bietet sich ein mathematisches Verfahren zur Ermittlung dieser Funktionen an, in das verfügbare Informationen über die Reifenphysik eingehen.

Ein hinsichtlich Güte und Aufwand an die vielfältigen Eigenschaften von PKW- und LKW-Reifen angepasstes Verfahren stellt die Verwendung bereichsweise definierter, verketteter Splines zur Approximation von Reifenkennlinien dar. Ihr Krümmungsverhalten entspricht dem eines an den Enden momentenfrei gelagerten Biegebalkens. Dadurch werden krümmungsfreie Ein- und Auslaufstrecken und - im Gegensatz zur Darstellung durch ein einziges Polynom hoher Ordnung - minimale Krümmungsenergie der Approximationskurve sichergestellt.

Letzteres kann leicht durch die Anzahl anzusetzender Funktionen gesteuert werden, so dass das Auffinden eines Optimums für die jeweilige Messkurve unproblematisch ist. Im Unterschied zu z.B. parabolischen Ansätzen ist dabei der Charakter der Approximationskurve nicht vorbestimmt. Die einzige Vorgabe, die durch die Wahl von

Splines als Approximationskurven gemacht wird, ist die notwendige Nachbildung von Ursprungskurven. Diese Vorgabe ist bei Kenntnis der dem Reifenverhalten zugrundeliegenden Physik aber keine Einschränkung.

Es ist also eine vordefinierte Anzahl von Koeffizienten zu ermitteln, die den Einfluss der Einzelpolynome auf die analytische Kurve bestimmen. Im Falle der Approximation ist je Kurve

$$y_i = f(x_i), i = 1 \dots m$$

die Lösung eines Gleichungssystems der Form:

$$(A^T A)c = A^T y$$

zu bestimmen, wobei A eine Bandmatrix (Dim n,m mit $n < m$) mit vom Verfahren und von der Verteilung der Datenpunkte in x-abhängigem Inhalt ist. Im Falle $n=m$ liegt Interpolation vor, das heißt die analytische Darstellung enthält alle bekannten $y(x)$. Liegt für x eine äquidistante Verteilung vor, ist A nur noch vom Verfahren abhängig, somit vordefiniert und eine Invertierung zwecks Lösung nach c ist analytisch vorgebar.

Im allgemeinen Fall ist jedoch ein Grundgitter

$$x_{i,j} = 1 \dots n < m$$

vorgegeben, das die Messungen umschließt. In IPG-TIRE erfolgt die Anpassung der Verteilung des Gitters an den Gradienten der nachzubildenden Kurve automatisch. Daher sind bei der Bestimmung der Koeffizienten keinerlei Eingriffe seitens des Benutzers erforderlich.

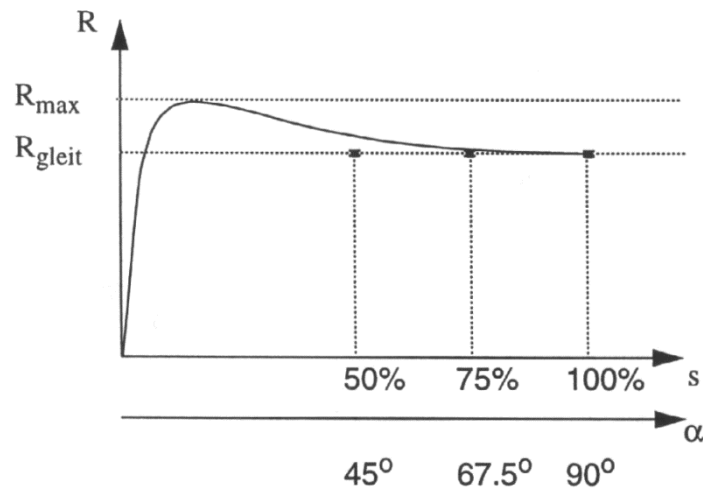
Die erläuterte Operation erfolgt sukzessive zunächst für x = Schräglaufwinkel bzw. Schlupf, dann für x = Radlast, und zuletzt je nach Wunsch für $x=z$ (siehe Approximation durch fit).

APPROXIMATION IM GLEITBEREICH

Wegen der messtechnisch schwierigen Erfassung von Reifenkennlinien im Gleitbereich werden Messungen häufig nach dem Maximum abgebrochen. In den Quelldatensätzen fehlen dann Datentripel, so dass ohne weitere Vorkehrungen eine Approximation der Kennlinien im vollständigen möglichen Betriebsbereich nicht erreichbar ist. Da es aber grundsätzlich wünschenswert ist, auch im Gleitbereich Simulationen durchzufahren, wird der bekannte Bereich durch ein Kennlinienstück mit angenommenen Verlauf ergänzt.

Eine plausible Ergänzung ist möglich, da der allgemeine Verlauf von Reifenkennlinien im gesamten Bereich von $0 < s < 1$ und $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ bekannt ist: Nach dem Maximum

fällt die Kurve ab, verläuft durch einen Wendepunkt und geht in eine Parallele zur s- bzw. α - Achse über.



Die Lage der Parallelen wird in IPG-Tire festgelegt durch:

$$R_{\text{gleit}} = \frac{\mu_{\text{gleit}}}{\mu_{\text{haft}}} R_{\max}$$

μ_{gleit} ... Gleitreibungskoeffizient

μ_{haft} ... Haftreibungskoeffizient

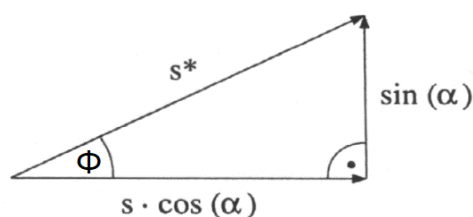
R_{gleit} ... Reaktionskraft bzw. Reaktionsmoment für große Schlupfwerte bzw. Schräglaufwinkel

$R_{\max}$... Maximalwert der Reaktionskraft bzw. des Momentes

Die Anpassung des die Kennlinie abbildenden Splines an den prinzipiellen Verlauf wird durch Hinzufügen von Stützwerten erreicht.

GLEICHWERTIGKEITSANSATZ FÜR SCHLUPF UND SCHRÄGLAUFWINKEL

Das Reifenmodell beruht auf der zentralen Hypothese, dass Längsschlupf s und Schräglaufwinkel α zu einer Gesamtschlupfbelastung s^* führen, die durch die gezeigte geometrische Abhängigkeit wiedergegeben werden kann.



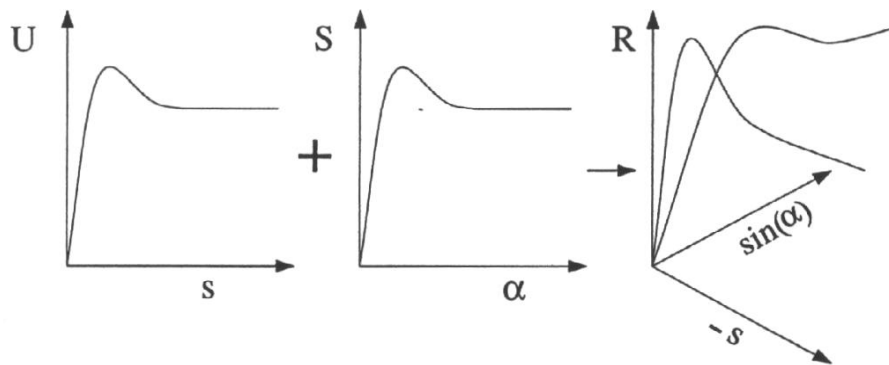
Der die Gesamtbelastung des Reifens repräsentierende Schlupf s^* ergibt sich daher aus der vektoriellen Operation:

$$s^* = \sqrt{((\sin(\alpha))^2 + s^2(\cos(\alpha))^2)}$$

Der zugehörige Kraftschlusswinkel Φ wird bestimmt durch:

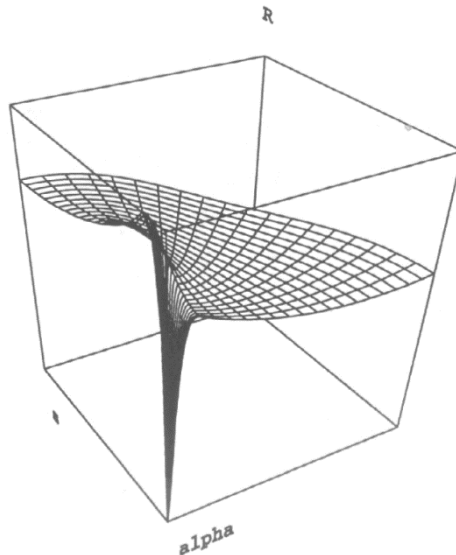
$$\phi = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{s^*}\right)$$

Zur Rekonstruktion des realen Betriebsbereiches, der zwischen den Achsen liegt, für die $\alpha = 0$ bzw. $s = 0$ gilt, wird eine Transformation in ein polares Koordinatensystem durchgeführt. Der Verzicht auf experimentell ermittelte Reifendaten in diesem Bereich macht das Modell wirtschaftlich und vermeidet die Überbestimmung von Modellparametern (die Achse $s = 0$ ist durch Reinlastkennfelder und durch Kraftschlussellipsen bestimmt).

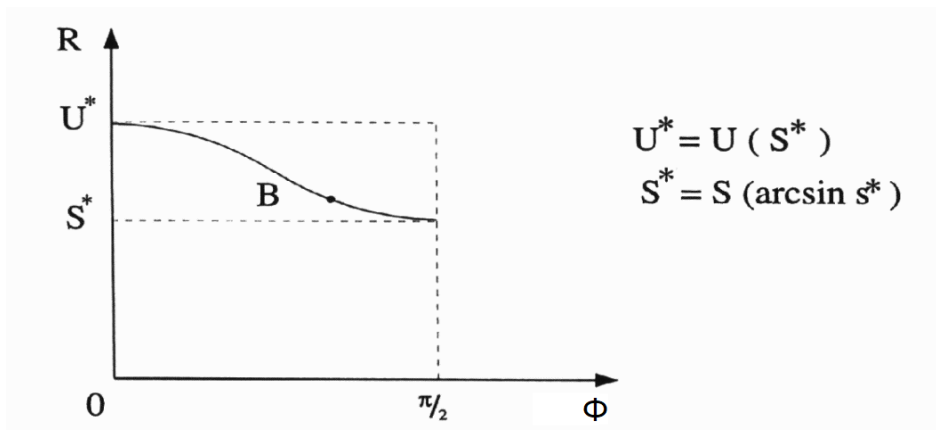


Das neue polare Koordinatensystem wird von $-s$ und $\sin \alpha$ in der Grundebene und der Reaktionsgröße R als Hochachse aufgespannt. In den beiden Grenzflächen ($x = 0$ bzw. $s = 0$) wird die Umfangskraft bzw. die Seitenkraft so abgebildet, wie sie ursprünglich durch Messung, nun bereits durch Approximation, bekannt ist. Diese beiden Kennlinien werden durch einen analytischen Ansatz mittels einer dreidimensional gekrümmten Fläche verbunden. Diese folgt bestimmten, physikalisch begründeten Gesetzmäßigkeiten wie Kontinuität, Stetigkeit und Symmetrie.

Reibungskuchen: resultierende Reaktionskraft $R(\alpha, s)$ für mittlere Radlast:



Ermittlung des Reaktionsverlaufs für $0 < \Phi < \pi/2$:



Der reale Betriebspunkt, der durch $s \neq 0$ und $\alpha \neq 0$ gekennzeichnet ist, liegt nun in Form einer in U und S zerlegbaren Reaktionskraft auf der Schnittkurve eines aufrecht stehenden Zylinders (Radius s^*) mit dieser dreidimensionalen Fläche.

Damit kann die Reaktionskraft R im Betriebspunkt B bestimmt und über Φ in ihre Komponenten U und S zerlegt werden.

Das prinzipiell gleiche Verfahren wird zur Berechnung der Rückstellmomente unter gemischter Belastung angewandt. Es wird davon ausgegangen, dass bei reiner Schlupfbelastung ($\alpha = 0$) keine Rückstellmomente auftreten.

Das Modell ist für Umfangskräfte noch unvollständig, da Antriebs- und Bremskräfte divers in die Rechnung eingehen müssen. Es fehlt also ein zweiter Quadrant, der eine Variation von s im Bereich von $-1 \dots +1$ und von Φ im Bereich $0 \dots \pi$ ermöglicht. Eventuell hierfür nicht zur Verfügung stehende Messungen werden im Programm automatisch über eine Ähnlichkeitstransformation aus den bekannten Kurven ermittelt.

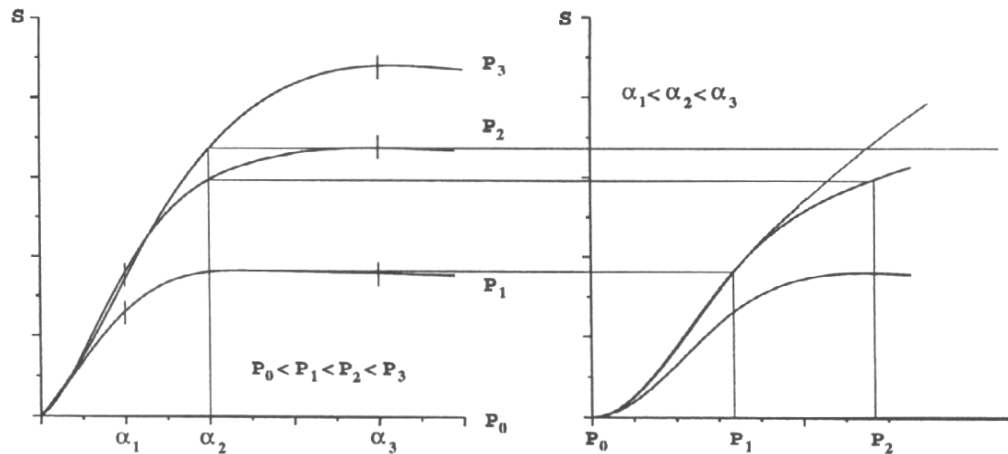
Mit der Entwicklung des Gleichwertigkeitsansatzes von Schräglaufwinkel und Schlupf gelingt es, die Abhängigkeit der Umfangs- und Seitenkraft bzw. des Rückstellmomentes von gleichzeitig auftretendem Schlupf und Schräglaufwinkel analytisch darzustellen. Die entsprechende Netzfläche des Reibungskuchens verdeutlicht dies.

Die Abhängigkeiten sind damit aber erst für die Radlasten bekannt, für welche Kennlinien gemessen und approximiert vorliegen. Für die universelle Verwendbarkeit des Reifenmodells ist es jedoch notwendig, von Netzebenen bei konstanter Radlast auf eine kontinuierliche Darstellung für beliebige Radlasten überzugehen. Dazu muss der zunächst verwendete eindimensionale Splineansatz zur Darstellung der $S(\alpha)$ -, $U(s)$ - und $M(\alpha)$ - Kennlinien (bei jeweils annähernd konstanter Radlast) auf einen zweidimensionalen Ansatz zur Darstellung der $S(\alpha, P)$ -, $U(s, P)$ - und $M(\alpha, P)$ - Kennfelder erweitert werden.

Bisher wurde für die Splines jeder Kennlinie der Koeffizientenvektor c bei einer bestimmten Radlast P ermittelt. Die ursprünglich gemessene Abhängigkeit lässt sich auch in Form ihrer Splinekoeffizienten über dem Schräglaufwinkel bzw. über dem Schlupf darstellen. Der Übergang zur zweidimensionalen Darstellung geschieht durch das Auftragen der Koeffizienten aller Splines über der dritten Achse des Koordinatensystems (Radlast P). In Richtung von P lassen sich diese Koeffizienten wiederum durch Splines interpolieren, die die Abhängigkeit der Koeffizienten der eindimensionalen Splines und damit der Ursprungskurven von beliebigen Radlasten darstellen.

Ein Schnitt senkrecht zur $S(\alpha)$ -Ebene, die die seitliche Begrenzung des Reibungskuchens für $s=0$ ist, veranschaulicht das Aussehen einzelner $S(P)$ - Kennlinien. Die Werte der Seitenkraft für verschiedene Radlasten werden bei konstantem Schräglaufwinkel aus dem Diagramm abgelesen und in ein Seitenkraft(Radlast)-Diagramm übertragen. Die gesuchte stetige Abhängigkeit der Seitenkraft von der Radlast bei konstantem α erhält man durch die Splineinterpolation zwischen den Punkten.

Ermittlung von Reifenkennlinien bei beliebigen Radlasten:



Für gegen Null strebende Radlasten folgt die Kurve einem Verlauf, der bei $P=0$ in die $(S=0, -P)$ -Achse übergeht. Diese Form wird durch das automatisch vorgenommene Einfügen einer künstlichen, horizontalen ($P=0, S=0$) -Kennlinie in das $S(\alpha)$ -Diagramm erzwungen.

Auf dieselbe Weise werden auch die Abhängigkeiten Umfangskraft-Schlupf-Radlast und Rückstellmoment-Schräglaufwinkel-Radlast ermittelt. Mit Hilfe des Gleichwertigkeitsansatzes lässt sich abschließend der Reibungskuchen für beliebige Radlasten bestimmen. Damit ist die vollständig kontinuierliche Abbildung des Reifenverhaltens in allen real möglichen Betriebspunkten verwirklicht.

HORIZONTALDYNAMIKMODUL

Das Verhalten eines mechanischen Systems ist in den wenigsten Fällen in tatsächlich guter Näherung durch algebraische Gleichungen zu beschreiben. Zumeist sind hier Differentialgleichungen anzusetzen; die beobachtbaren Zustände, die das System innerhalb einer Zeitspanne durchläuft, dürfen daher nicht als isolierte Betriebspunkte betrachtet werden. Sie sind von der Vorgeschichte abhängig und können nicht durch stationär gemessene Kennfelder approximiert werden.

Beim Reifen sind hierfür vor allem Transportvorgänge verantwortlich; Störungen bzw. Anregungen müssen den Latsch durchlaufen, um sich voll auswirken zu können. Die Vermessung entsprechender Phänomene ist äußerst aufwendig - schon die umfassende stationäre Messung des Reifens liefert eine Vielzahl unabhängig voneinander nachzubildender Kennfelder. Die zusätzlichen Variationen von Änderungsgeschwindigkeiten bei den Messparametern und ihre jeweilige Kombination stößt nicht nur auf Probleme wegen unzureichender Ausstattung der Messeinrichtungen, sondern würde auch ein Reifenmodell bezüglich der Datenverwaltung unverhältnismäßig belasten. Hier geht man daher immer den Weg einer mehr oder weniger genäherten, effektiven analytischen Beschreibung des physikalischen Verhaltens.

Die diesbezügliche Wirkungsweise von IPG-Tire (Horizontalverhalten als Folge zeitveränderlicher Eingangsparameter) soll im Folgenden demonstriert werden.

Sowohl die analytische Herleitung komplizierter Modelle als auch die punktuelle Beobachtung und Extrapolation der Ergebnisse führen hier auf eine relativ einfache Differentialgleichung, die bereits eine gegenüber der stationären Berechnung wesentlich verbesserte Nachbildung erreicht.

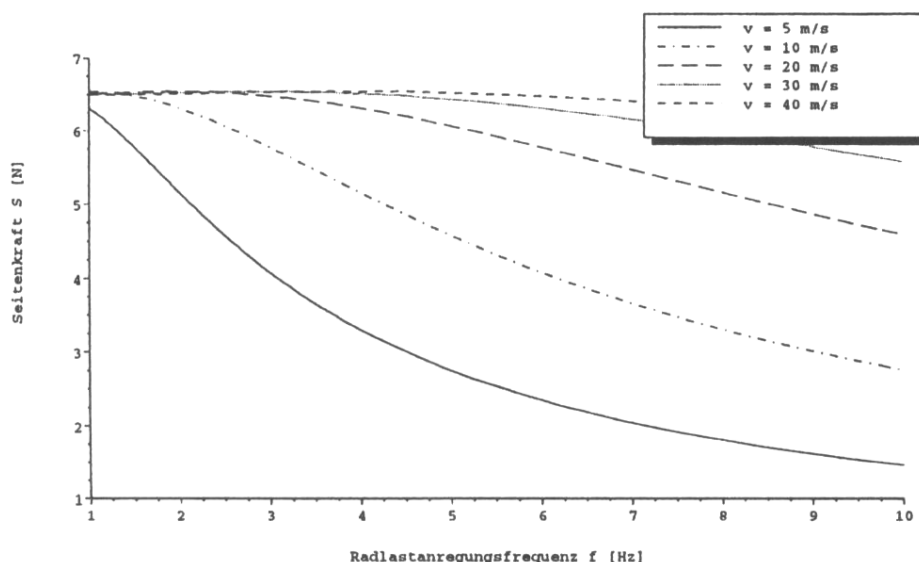
Der Einfluss der Horizontaldynamik wird am Beispiel des verzögerten Seitenkraftaufbaus als Antwort auf eine Schräglaufwinkel-Änderung erläutert. Unter Annahme geringer Auslenkungen aus der Ruhelage, d.h. relativ geringer Belastung des Reifens in der untersuchten Richtung quer zur Hauptebene, gelangt man etwa zu dem Zusammenhang

$$S + T\dot{S} = S_{stat}(\alpha, P, s, \dots)$$

zwischen den Seitenkräften S und dem Schräglaufwinkel α .

Dies ist eine Differentialgleichung erster Ordnung, die als freien Parameter die unbekannte Seitenführungskraft S und deren erste zeitliche Ableitung $\dot{S}$ enthält. Ein System, das einer solchen Gleichung folgt, wird durch den Begriff Tiefpass charakterisiert. Das Systemverhalten eines Tiefpasses entspricht dem dargestellten Frequenzgang.

Tiefpassverhalten eines Reifens:



Sofern eine konstante Anregung - das ist die rechte Seite der Gleichung - vorliegt, das heißt der Schräglaufwinkel konstant ist, kann das Systemverhalten leicht diskutiert werden. In diesem einfachsten Fall, dem stationären Zustand, gibt es keine zeitabhängige Veränderung im System und obiger Zusammenhang degeneriert zur stationären Modellgleichung:

$$S = S_{stat}$$

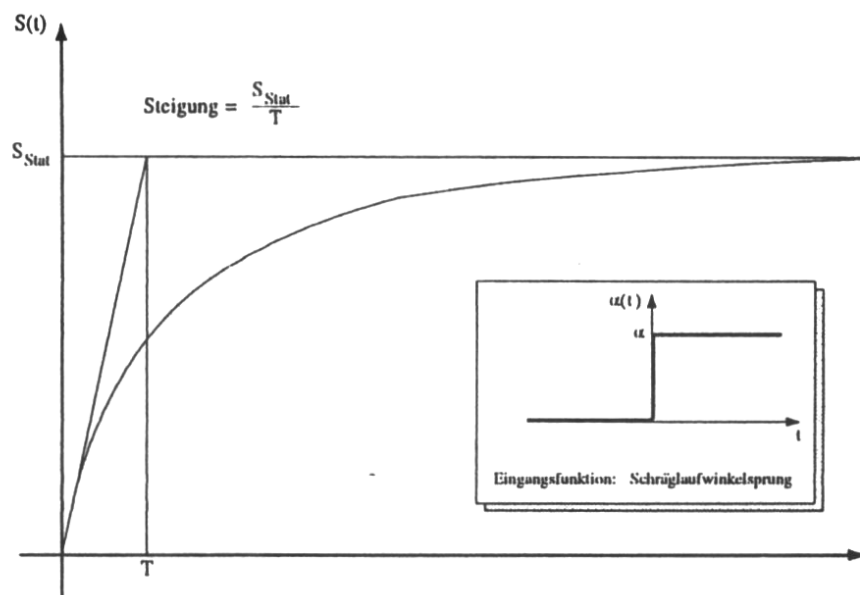
deren rechte Seite aus stationären Messungen zu identifizieren ist.

Die Antwort eines solchen Systems auf beliebige Anregungen ist analytisch darstellbar. Insbesondere lässt sich die Antwort auf den Schräglaufwinkelsprung durch den Exponentialansatz

$$S(t) = S_{stat} (1 - e^{-t/T})$$

bestimmen. Die Seitenkraft nähert sich asymptotisch dem stationären Zustand.

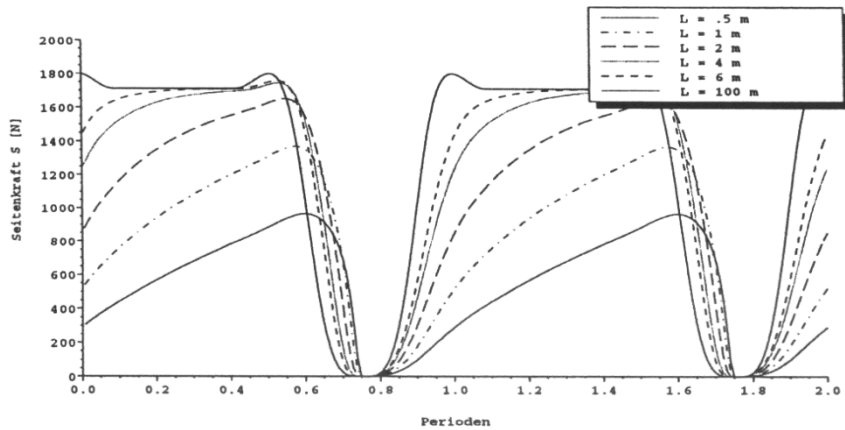
Seitenkraftaufbau als Antwort auf einen Schräglaufwinkelsprung:



Die hohe Qualität der Nachbildung des transienten Aufbaus zeigt die Reaktion auf harmonische Radlastanregung. Dabei wird einer konstanten Radlast eine harmonische Schwankung der Amplitude der statischen Grundlast überlagert, so dass die Vertikalbelastung des Reifens zwischen 0 und der doppelten statischen Last variiert. Unter konstantem Schräglaufwinkel entwickelt sich die Seitenkraft ebenfalls periodisch, jedoch stark verzerrt. Insbesondere ist der Mittelwert der Seitenführungskraft stark von der Wellenlänge L der Radlastanregung abhängig.

Die Berechnung dieses Effektes durch IPG-Tire korrespondiert nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ mit entsprechenden Messungen. Erreicht wird eine solch realistische Abbildung des transienten Reifenverhaltens durch die Berücksichtigung verschiedener Abhängigkeiten zwischen der Relaxationslänge und der Belastung des Reifens. Bei verschwindender Radlast muss diese beispielsweise ebenfalls gegen Null gehen, da die Tiefpassfilterung ansonsten selbst ohne Kraftschluss noch Seitenkräfte je nach der vorausgehenden Belastung liefern würde.

Seitenkraftreaktion auf harmonische Radlastanregung:



Diese kurze Diskussion sollte im wesentlichen folgende Erkenntnis vermitteln: statisches und dynamisches Verhalten lassen sich - zumindest genähert - durchaus getrennt voneinander beobachten und auch nachbilden. Im obigen einfachen Modell ist zur Nachbildung des Zeitverhaltens lediglich die Bestimmung der Zeitkonstante T vorzunehmen, während das stationäre Verhalten entsprechend der rechten Seite der Gleichungen durch die üblichen Messungen zu verifizieren ist.

Aufgrund dieser Betrachtung wurde in IPG-Tire die Berücksichtigung der Horizontaldynamik in dieser modularen Weise vorgenommen. Nach der den Messungen folgenden stationären Approximation werden die Reifenkräfte S und U gemäß der obigen Differentialgleichung manipuliert. Dazu muss nur die Zeitkonstante T bekannt sein. Eine Reihe von Messungen sowie die Ergebnisse von Arbeiten an aufwendigen physikalischen Modellen legen nahe, diese aus dem Raddurchmesser und aus der momentanen Raddrehgeschwindigkeit zu ermitteln. Es hat sich gezeigt, dass bei der Sprungantwort der stationäre Zustand immer etwa nach einem konstanten Bruchteil einer Radumdrehung erreicht wird. Der entsprechende Radumfangsanteil wird als Relaxationslänge bezeichnet. Dieser Bruchteil muss im Reifendatensatz vorgegeben werden. Ein Standardwert liegt bei etwa 0.5 für die Seitenkräfte und 0.05 für Umfangskräfte.

IPG-Tire berücksichtigt später automatisch, dass dieser Bruchteil lastabhängig ist, das bedeutet, dass zum Beispiel mit zunehmendem Schräglaufwinkel und damit verbundenem Gleiten der Latsch geringer wird. Werden die genannten Konstanten zu 0 vorgegeben, so rechnet das Modell rein statisch.

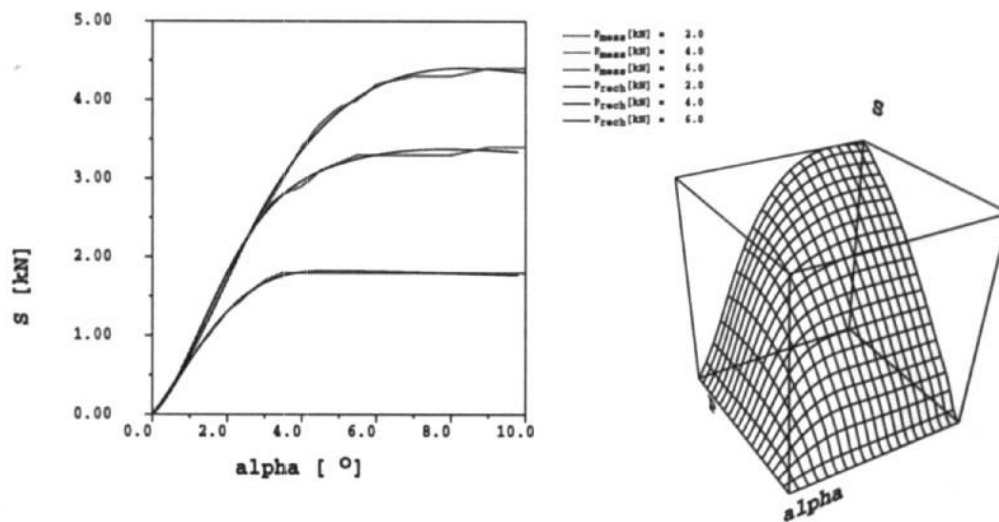
Durch den zusätzlichen horizontaldynamischen Ansatz ist ein Modell entstanden, dessen stationäres Verhalten optimierbar ist, und dessen Zeitverhalten im unteren Belastungsbereich bereits gut die realen Verhältnisse nähert.

Hingenommen werden muss dabei aufgrund der reduzierten Ordnung der Differentialgleichung, dass Gürtelschwingungen nicht berücksichtigt werden können - die Abbildung ist also zusätzlich auf den Frequenzbereich unterhalb von 40Hz beschränkt. Andererseits entstand durch eben diese Reduktion die vorteilhafte Möglichkeit, die Reifendifferentialgleichungen getrennt vom

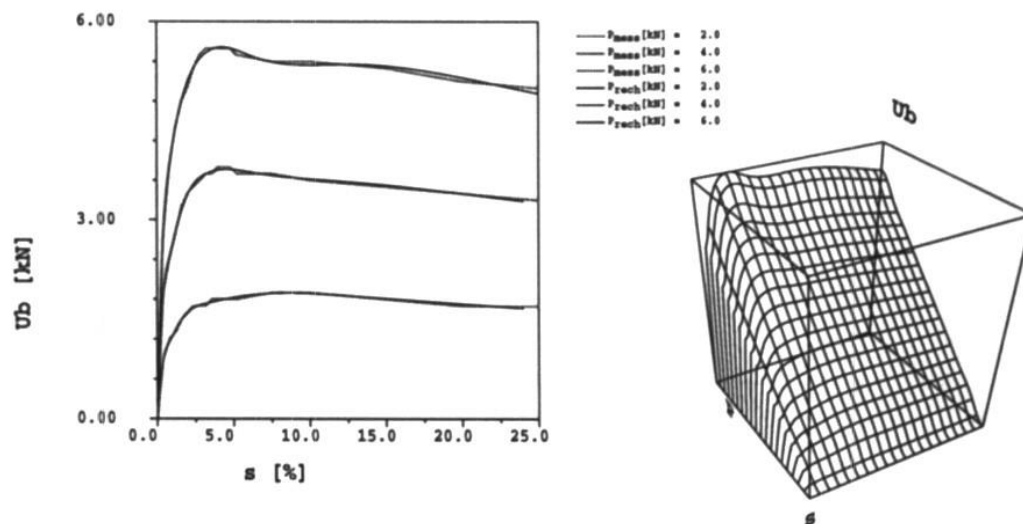
Differentialgleichungskern des übrigen Fahrzeugsystems zu lösen, was dem flexiblen Einsatz des Modells in den verschiedensten Umgebungen zugutekommt.

IPG-TIRE-REIFENAPPROXIMATION

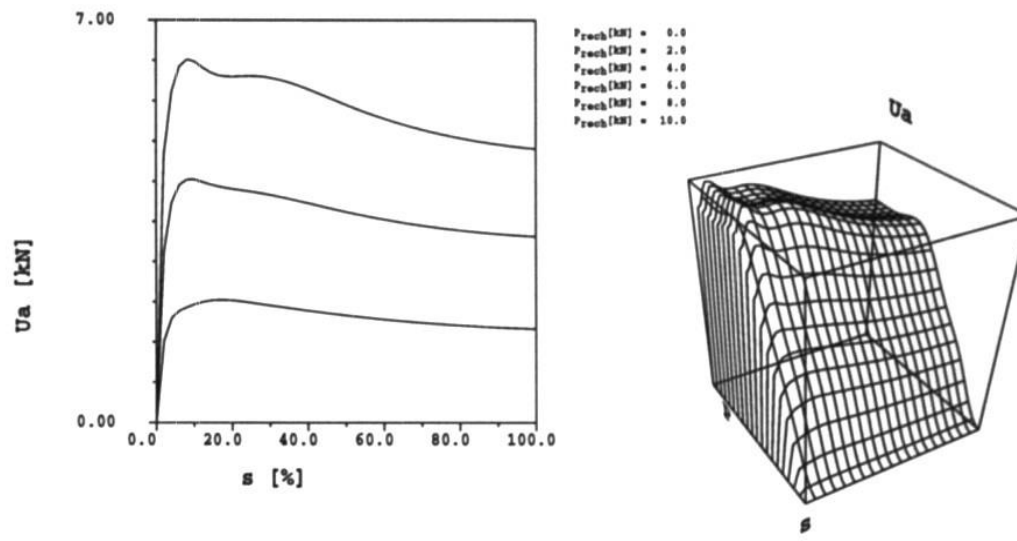
Gemessene und errechnete $S(\alpha, P)$ Kennlinien:



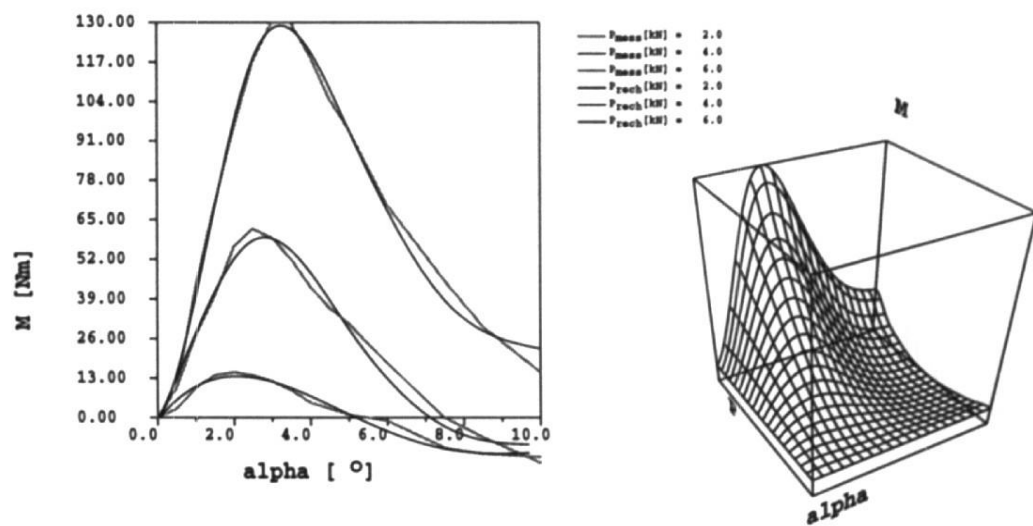
Gemessene und errechnete $U_b(s, P)$ Kennlinien:



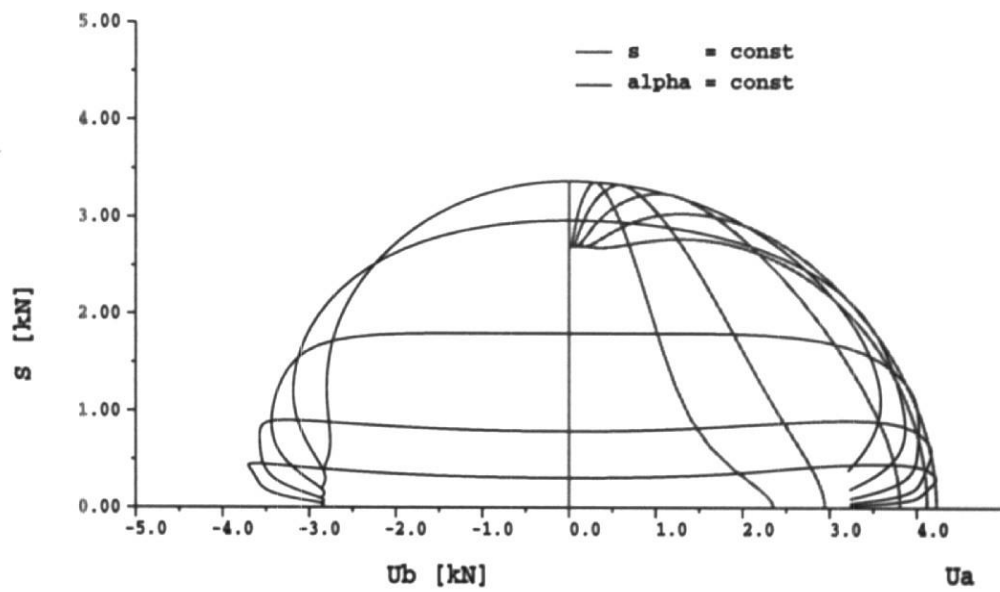
Mittels Ähnlichkeitstransformation ermittelte $U_a(s, P)$ Kennlinien:



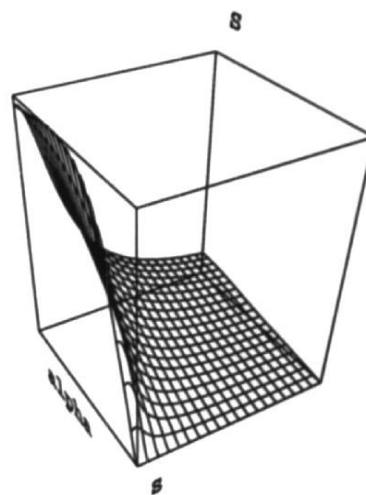
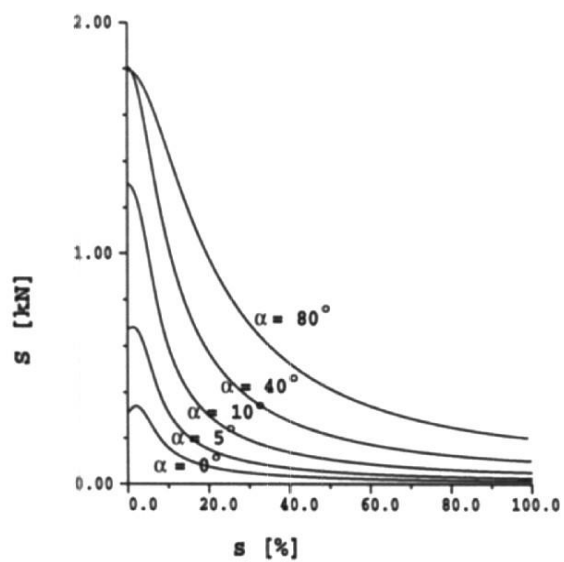
Gemessene und errechnete $M(\alpha, P)$ Kennlinien:



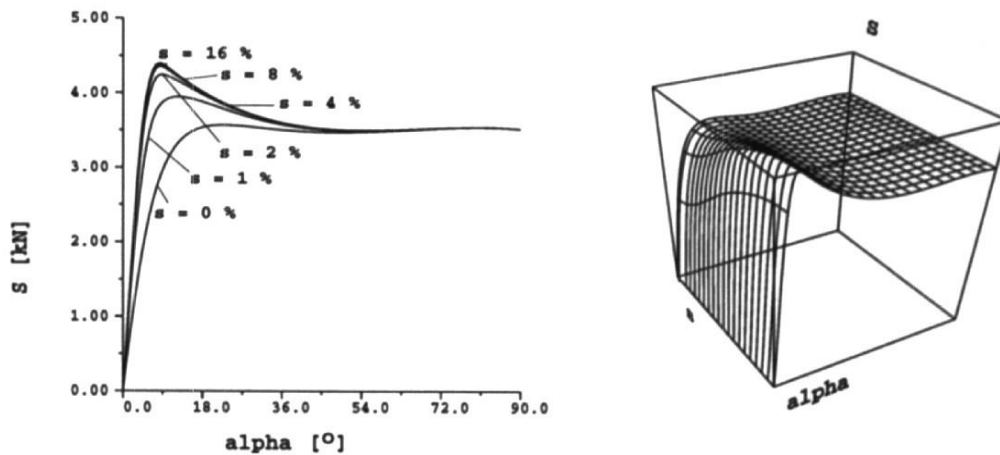
Kraftschlusskurven $S(U)$, $P=4\text{kN}$:



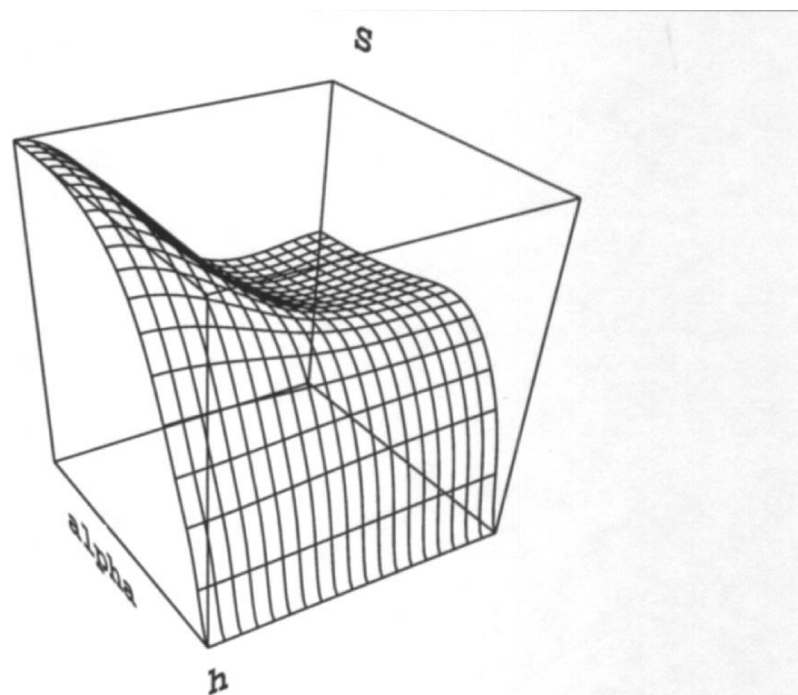
Kraftschlusskurven $S(U)$, $\alpha = \text{const.}$:



Kraftschlusskurven $S(U)$, $s = \text{const.}$:



Mehrdimensionale Approximation: Seitkraft als Funktion von Schräglaufwinkel und Höhe h eines Wasserfilms auf der Fahrbahnoberfläche bei konstanter Radlast:

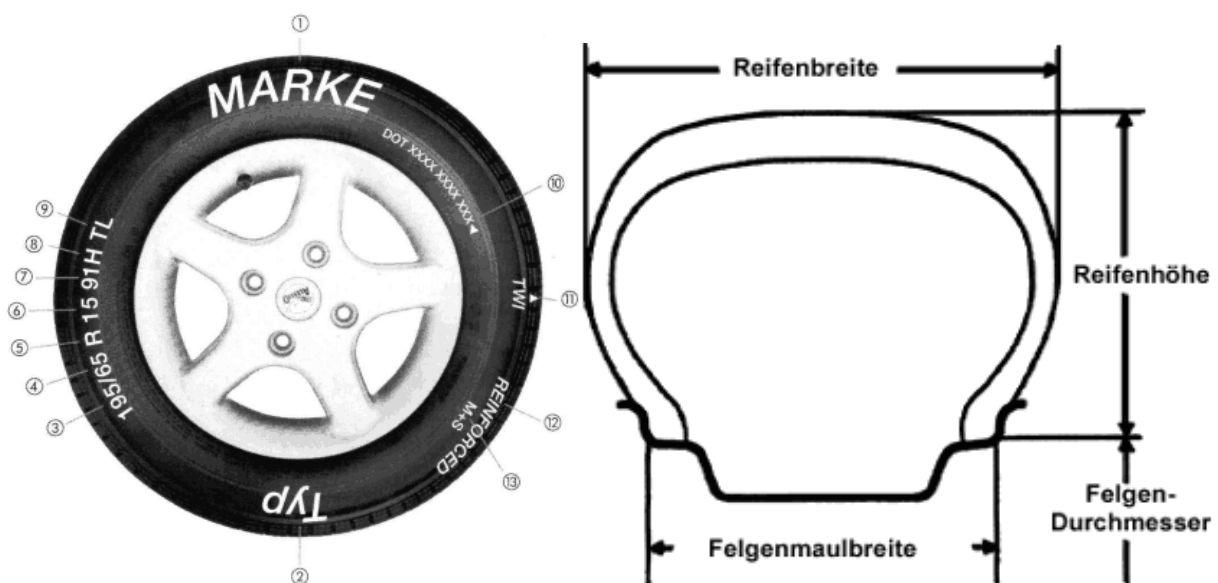


WEITERFÜHRENDE LITERATUR

- Schieschke, R. - RALPHS - ein effizientes Rechenmodell zur Ermittlung von Reifenkräften auf physikaler Basis - Automobil-Industrie 4/86
- Schieschke, R.; Gnadler, R. - Modellbildung und Simulation von Reifeneigenschaften - VDI-Berichte 650, VDI-Verlag Düsseldorf 1987

- Schieschke, R. Wurster, U. - IPG-Tire - ein umfassendes, effizientes Reifenmodell zum Einsatz in Simulationsumgebungen Automobil-Industrie 5/88
- Schieschke, R. - Zur Relevanz der Reifendynamik in der Fahrzeugsimulation - VDI-Berichte 778, VDI-Verlag Düsseldorf 1989
- Schieschke, R. - The Importance of Tire Dynamics in Vehicle Simulations - 9th Annual Meeting and Conference on Tire Science and Technology - March 20-21, 1990 in Akron, Ohio
- Schieschke, R. - The Relevance of Tire Dynamics in Vehicle Simulations - XXIII FISITA Congress - May 7-11, 1990 in Torino, Italy
- Schieschke, R. - Reifendynamik, Fahrzeugstabilität und Allradlenkung - eine Unterschulung mit IPG-TIRE - Automobil-Industrie 3/91
- Schieschke, R.; Hiemenz, R. - The Decisive Role the Quality of Tyre Approximation Plays in Vehicle Dynamics Simulations Proceeding 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis held in Delft, the Netherlands, October 21-22, 1991 Supplement to Vehicle System Dynamics, Volume 21
- Schieschke, R. - Zusammenwirken von Reifendynamik und Allradlenkung zur Verbesserung der Fahrzeugstabilität - Tagung: Allradlenksysteme bei Personalwagen - Haus der Technik, Essen, 3-4. Dezember 1991
- Wang, Y,Q.; Gnadler, R.; Schieschke, R. - Two-Dimensional Contact Area of a Pneumatic Tire Subjected to a Lateral Force Vehicle System Dynamics to be published

DIMENSIONSANGABEN



- | | |
|---|--------------------------|
| 1 | Reifenbreite |
| 4 | Höhen-Breiten-Verhältnis |
| 5 | Reifenbauart |

- 6 Felgendurchmesser
- 7 Tragfähigkeitskennziffer (Load Index LI)
- 8 Geschwindigkeitssymbol (GSY, auch "Speedindex")

Zum Beispiel: 195/65 R 15 91H

195	Reifenbreite	195 mm
65	Reifenflanke	127 mm
15	Felgendurchmesser	381 mm
$2 * 127 + 381$	Reifendurchmesser	635 mm
91	Tragfähigkeitskennziffer (LI)	618 kg
H	Speed Index	210 km/h

Speedindex	[km/h]
M	130
N	140
P	150
Q	160
R	170
S	180
T	190
U	200
H	210
V	240
W	270
Y	300
ZR	> 240

Reifen-Berechnung

Reifendimension = ☒

1. Achse: 195 / 65 R 15
2. Achse: 195 / 65 R 15
3. Achse: 195 / 65 R 15

	1	2	3	
Reifenbreite	19,5	19,5	19,5	cm
Flankenhöhe (A)	12,7	12,7	12,7	cm
Felgendurchmesser (B)	38,1	38,1	38,1	cm
Reifendurchmesser (C)	63,5	63,5	63,5	cm
Reifenumfang	199,3	199,3	199,3	cm

Rechnen OK

Löschen Abbrechen

TRAGFÄHIGKEIT / LOAD-INDEX



Die Tragfähigkeitskennzahl oder auch Load-Index gibt an, wieviel Last der einzelne Reifen tragen kann. Im Fahrzeugschein ist die Achslast der Vorder- und Hinterachse vermerkt. Der Reifen sollte eine höhere Tragfähigkeit als die Achslast/2 aufweisen (da pro Achse zwei Räder montiert sind).

Load Index	N	Load Index	N	Load Index	N	Load Index	N	Load Index	N
50	1900	60	2500	70	3350	80	4500	90	6000
51	1950	61	2570	71	3450	81	4620	91	6150
52	2000	62	2650	72	3550	82	4750	92	6300
53	2060	63	2720	73	3650	83	4870	93	6500
54	2120	64	2800	74	3750	84	5000	94	6700

55	2180	65	2900	75	3870	85	5150	95	6900
56	2240	66	3000	76	4000	86	5300	96	7100
57	2300	67	3070	77	4120	87	5450	97	7300
58	2360	68	3150	78	4250	88	5600	98	7500
59	2430	69	3250	79	4370	89	5800	99	7750
								100	8000

Berechnung der Tragfähigkeit aus dem Load-Index:

$$T [kg] = 45 \cdot \sqrt[80]{10^{LI}}$$

Geschwindigkeits-Einfluss auf die Tragfähigkeit:

Die Reifentragfähigkeit ist bei V-, W-, und Y- Reifen abhängig von der Fahrzeughöchstgeschwindigkeit, V-Reifen haben bis 210 km/h, W-Reifen bis 240 km/h, und Y-Reifen bis 270 km/h die jeweils dem Reifen zugeordnete maximale Tragfähigkeit. Bei Geschwindigkeiten oberhalb 210 km/h bzw. 240 km/h / 270 km/h nimmt die Tragfähigkeit des Reifens kontinuierlich ab, weswegen immer ausreichend dimensionierte Reifen verwendet werden sollten.

SERIENKOLLISION (MODUL)

GESCHWINDIGKEITSÄNDERUNG DER FAHRZEUGE

Bei Auffahrunfällen oder Serienkollisionen kommt es meist zur Kollision mit großer Überdeckung. Außerdem interessieren nur Kollisionsgeschwindigkeiten im Bereich kleiner Geschwindigkeitsänderungen (unter 20 km/h). Bei diesen Unfällen reicht es aus, von den Gleichungen für den geraden zentralen Stoß auszugehen.

Gerade bei diesen geringen Geschwindigkeitsänderungen, um die es im Zusammenhang mit der Schwelle für HWS-Verletzungen geht, ist es besonders wichtig, die Reibungskraft der Räder während der Stoßzeit zu berücksichtigen. Bereits überschlägige Abschätzungen der wirkenden Kräfte aus Stoß und Reifenkraft zeigen, dass eine Vernachlässigung zu Fehlern führen würde. Die deshalb verwendeten Gleichungen für den Impulssatz lauten:

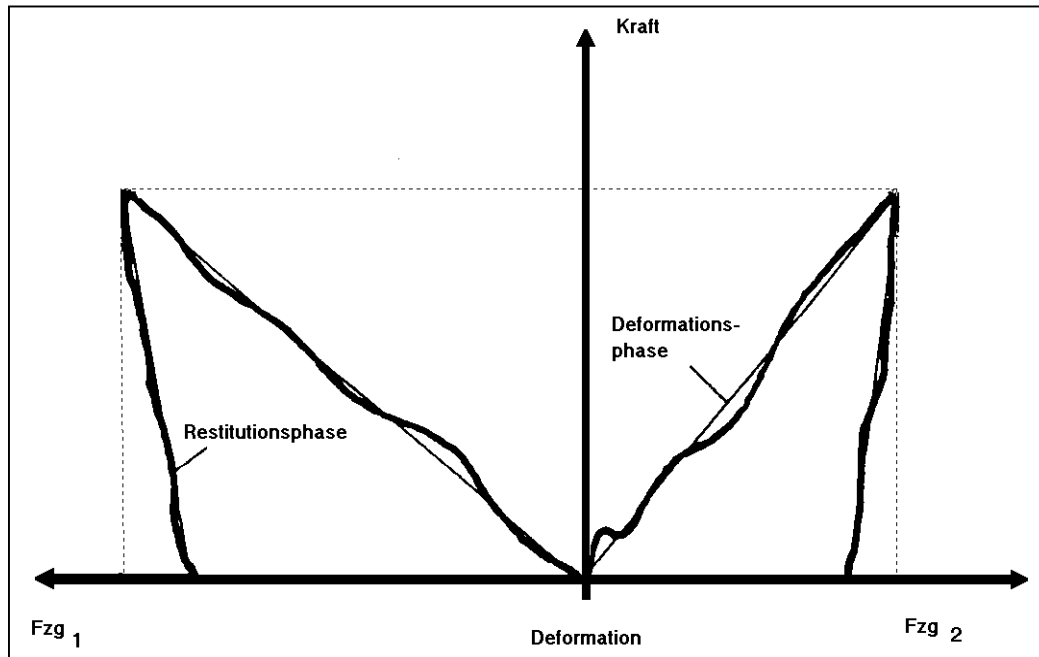
Impuls vor Stoß - Impuls nach Stoß = Impulsänderung infolge Reibungskraft an den Rädern (Kraftstoß KS)

Dabei wirkt diese Kraft während der Kompressionszeit t_{K0} und der Restitutionszeit t_{Re} .

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 - (m_1 v'_1 + m_2 v'_2) = (m_1 a_1 t_{K01} + m_2 a_2 t_{K02}) + (m_1 a_1 t_{Re1} + m_2 a_2 t_{Re2}) = KS$$

Im Allgemeinen können die Zeiten $t_{Ko} + t_{Re}$ für beide Fahrzeuge gleich groß angenommen werden. Nur wenn ein Fahrzeug vor Ende der Kollisionsphase zum Stillstand kommt bzw. die Richtung ändert, sind Fallunterscheidungen notwendig.

Kraft - Weg - Verformungskennlinien und hier angenommene Idealisierung:



Führt man eine Linearisierung durch, so ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Kraft und Deformations- bzw. Restitutionsweg analog einer elastischen Feder. Die Struktursteifigkeiten der Phasen unterscheiden sich jedoch. Somit gilt allgemein:

$$F = f s = -m a = -m \ddot{s}$$

$$\Rightarrow \ddot{s} + \frac{f}{m} s = 0$$

$\ddot{s}$... 2. Ableitung des Weges nach der Zeit

Die Lösung der Differentialgleichung lautet:

$$s(t) = s_{max} \sin\left(2 \frac{\pi}{T} t\right)$$

$$2 \frac{\pi}{T} = \omega = \sqrt{\frac{f}{m}}$$

Im hier vorliegenden Modell treffen idealisiert 2 Federn aufeinander. Die Federn selbst können ohne weiteres als masselos betrachtet werden. Sie können daher als eine einzige Feder betrachtet werden. Die Struktursteifigkeit dieser resultierenden Feder errechnet sich zu:

$$f_{res} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

Daraus resultiert für ω :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{f_{res}}{m_{res}}}$$

Wobei sich die reduzierte Masse m_{res} definiert aus:

$$m_{res} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

T ist die Periode einer vollständigen Schwingung, die hier natürlich nicht stattfindet. Die Dauer der Kompressionsphase ist $\frac{1}{4}$ von T. Die Dauer der Restitutionsphase lässt sich analog berechnen.

In der Impulsgleichung sind die vier Geschwindigkeiten als unbekannte Größen enthalten. Es stehen mit dem Energiesatz und der Definition des Stoßfaktors zwei weitere Gleichungen zur Verfügung. Eine Geschwindigkeit muss deshalb immer bekannt sein.

Der Energiesatz für das vorliegende Problem lautet:

$$\frac{1}{2} \left(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - (m_1 \dot{v}_1^2 + m_2 \dot{v}_2^2) \right) = E_D + E_{Reib}$$

Der Stoßfaktor k definiert sich aus:

$$k = \frac{\Delta \dot{v}}{\Delta v}$$

Da $\Delta \dot{v}$ über einen weiten Bereich konstant ist und im Mittel etwa 5 km/h beträgt (Streuung ± 3 km/h), kann mit diesem Wert gut gerechnet werden.

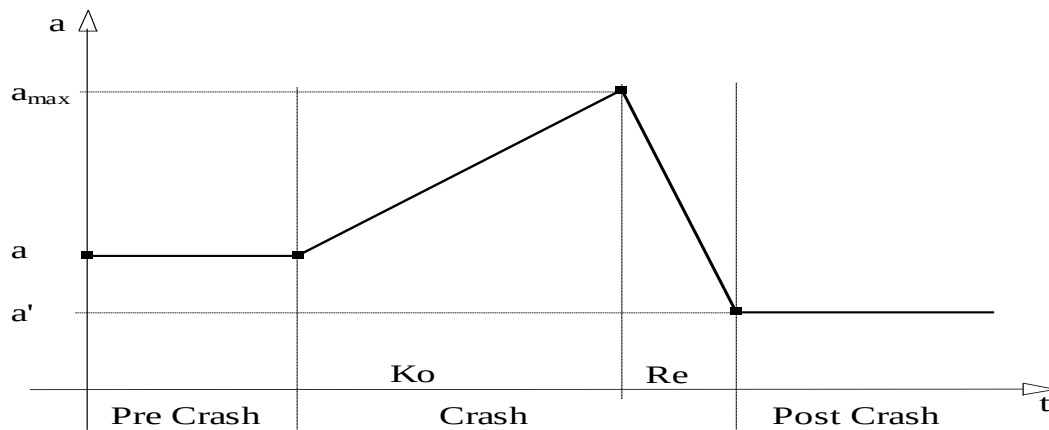
Die Reibarbeit an den Rädern hängt davon ab, ob und wie stark die Fahrer das Bremspedal während der Kollision betätigen. Für die Berechnung gilt:

$$W_{Reib} = m_1 a_1 s_{K1} + m_2 a_2 s_{K2} = E_{Reib}$$

Die Wege während der Kollision (s_K) folgen allgemein aus:

$$s_K = v t_{Ko} + \frac{1}{6} (a_{max} + 2 a) t_{Ko}^2 + \dot{v} t_{Re} + \frac{1}{6} (2 \dot{a} + a_{max}) t_{Re}^2$$

Beschleunigungs-Zeit-Diagramm:



Es kann nun eine Bestimmungsgleichung für $\dot{v}_1$ abgeleitet werden:

$$\dot{v}_1 = \frac{-KS + m_2 \Delta \dot{v} + (m_1 + m_2)v_1 + m_2 \Delta v}{m_1 + m_2}$$

Die Gleichungen werden nun in die Energiesatzgleichung eingesetzt, so dass eine Bestimmungsgleichung für Δv resultiert:

$$\Delta v = C_1 + \sqrt{C_1^2 + \Delta \dot{v}^2 + 2 \Delta \dot{v} (a_1 t_{Re1} - a_2 t_{Re2}) + \frac{1}{m_{res}} C_2 + \frac{C_3^2 - C_4^2}{m_1 m_2}}$$

Mit:

$$C_1 = a_2 t_{Ko2} - a_1 t_{Ko1}$$

$$C_2 = \frac{1}{3} \left(m_1 a_1 ((a_{max1} - 2 a_1) t_{Ko1}^2 + (2 a_1 - a_{max1}) t_{Re2}^2) \right) + 2 E_D$$

$$C_3 = m_1 a_1 t_{Ko1} + m_2 a_2 t_{Ko2}$$

$$C_4 = m_1 a_1 t_{Re1} + m_2 a_2 t_{Re2}$$

Die während der Kollision eingetretene Geschwindigkeitsänderung der beiden Fahrzeuge kann berechnet werden durch Einsetzen:

$$\Delta v_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\Delta v + \Delta \dot{v} - \frac{C_3 + C_4}{m_2} \right)$$

$$\Delta v_2 = \Delta v_1 - \Delta \dot{v} + \Delta v$$

Mit den beschriebenen Gleichungssystemen können die kollisionsbedingten Geschwindigkeitsänderungen berechnet werden. Bekannt sein müssen:

Eingaben:	Beschaffbar aus:

Eine der vier Geschwindigkeiten vor und nach der Kollision	Beispielsweise kann eine Geschwindigkeit aus Angabe von Beteiligten eingesetzt werden. Es kann auch eine Geschwindigkeit z.B. aus Bremsspuren nach der Kollision ermittelt werden.
Δv	Aus Mittelwert und/oder Spannweite $5 \pm 3 \text{ km/h}$
Bremsverzögerungen während und nach der Kollision	Aus Erfahrungswerten bzw. Angaben der Beteiligten
Bleibenden Deformationen und die Struktursteifigkeiten. Alternativ können EES-Werte angegeben werden. Bei beiden muss Fahrzeugen zumindest je 1 Größe angegeben werden.	Messung der bleibenden Deformation in Richtung Stoßantrieb Struktursteifigkeiten aus der Literatur. Auswertung der Schadensbilder.

Es gilt annähernd folgender Zusammenhang zwischen $\Delta v, k$ und $\Delta \dot{v}$:

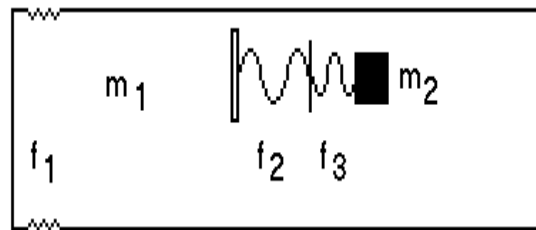
$\Delta v \text{ (km/h)}$	k	$\Delta \dot{v} \text{ (km/h)}$
0	1	0
10	0,65	6,5
20	0,32	6,4
30	0,22	6,6
40	0,16	6,4
50	0,11	5,5
60	0,09	5,4
70	0,08	5,6
80	0,07	5,6
90	0,06	5,4

Im Bereich zwischen 2 und 20 km/h:

	k			$\Delta v' \text{ (km/h)}$		
$\Delta v \text{ (km/h)}$	min	mittel	max	min	mittel	max
2	0,99	1	1	2,0	2,0	2,0
4	0,70	0,97	1	2,8	3,9	4,0
6	0,55	0,90	0,98	3,3	5,4	5,9
8	0,43	0,66	0,95	3,4	5,3	7,6
10	0,35	0,54	0,85	3,5	5,4	8,5
12	0,28	0,45	0,72	3,4	5,4	8,6
14	0,23	0,39	0,63	3,2	5,5	8,8
16	0,20	0,33	0,54	3,2	5,3	8,6
18	0,17	0,29	0,48	3,1	5,2	8,6
20	0,14	0,26	0,45	2,8	5,2	9,0

Die auf eine in einem Fahrzeug sitzende Person wirkende kollisionsbedingte Kraft ist zwar primär von der Fahrzeugbeschleunigung abhängig, außerdem hat neben der Körperhaltung auch die Sitzkonstruktion einen wesentlichen Einfluss.

Im Prinzip lässt sich das System Fahrzeug - Sitz - Insasse als ein System bestehend aus 3 Federn idealisieren (Federmodell):



f_1	Feder im Heck (Anstoßbereich) des Fahrzeuges.
f_2	Feder in der Lehne.
f_3	Feder in der Polsterung bzw. Anfangsstruktursteifigkeit.
f_{res}	Momentan wirksame Struktursteifigkeit im Bereich der Lehne - Polsterung.
m_2	Masse des Oberkörpers des Insassen, also der relevante Anteil der Masse der Person, die gegen den Sitz gedrückt wird.
m_1	Fahrzeuggesamtmasse abzüglich m_2 .

Die Deformationszone im Fahrzeugheck wird durch die Feder 1 und die in der Rückenlehne des Fahrzeugsitzes durch die Feder 2 und Feder 3 simuliert. Die Feder 2 simuliert die Sitzkonstruktion und Feder 3 berücksichtigt den Einfluss der Polsterung. Feder 2 und 3 sind in Serie angeordnet.

Die Masse m_2 ist nur über die Feder 2 und Feder 3 mit dem Fahrzeug verbunden, f_2 und f_3 muss auf die Körperhöhe angepasst werden.

Die Deformation der Lehne (Verbiegung nach hinten) ist vom wirkenden Drehmoment abhängig, also vom Produkt Kraft mal Abstand der Kraft vom Drehpunkt (Kraftarm). Je kleiner die Körperhöhe, desto kleiner ist dieser Abstand und somit umso härter erscheint somit die Lehne. Dies wird berücksichtigt, indem die eingegebene Lehnens-Struktursteifigkeit ersetzt wird durch:

$$f_{res} \Rightarrow f_{res} \frac{L}{FS (SH + SF)}$$

SH	Sitz - Schulterhöhe
SF	Abstand Sitzfläche - Drehpunkt der Lehne (= 0 - 5 cm)
FS	Der SH, in der der Kraftschwerpunkt angenommen wird (75% von SH)
L	In der verwendeten Lehnenkennlinie wird in einem Abstand von 49 cm vom Drehpunkt der Zusammenhang Kraft - Deformation gemessen. Es ergibt sich so die Möglichkeit, anstelle einer Torsion und des schlecht abschätzbaren Torsionsmoduls das Modell einer linearen Feder zu verwenden. Der Wert 49 cm resultiert aus der

Kennlinie, aus welcher die Werte der Voreinstellung genommen wurden.

Der Wert von SH ist von der Größe des Insassen abhängig und kann direkt in der Modulmaske eingegeben werden.

Der Wert von SF und L kann nötigenfalls geändert werden.

Aus der Sitzkonstruktion folgt im Allgemeinen, dass zunächst die Polsterung und nur geringfügig die Lehne deformiert wird. In dieser Phase hat die momentan wirksame Struktursteifigkeit f_{res} den Wert f_3 . Dies ist eigentlich das Resultat zweier hintereinander geschalteter Federn.

Nach Erreichen der maximalen Polsterdeformation kann weiter nur mehr das Lehnengestell deformiert werden. Ab diesem Punkt nimmt die momentan wirkende Struktursteifigkeit (f_{res}) den Wert von f_2 an und zwar solange, bis die elastische Grenze der Lehne erreicht wird und f_{res} auf meist etwa $1/3$ (Eingabe in % möglich) des Wertes von f_2 absinkt.

Das Erreichen der elastischen Grenze liegt meist bei 75 % (dieser Wert kann in der Maske verändert werden) der Kraftgrenze. Ab der Kraftgrenze nimmt f_{res} den Wert 0 an, das heißt die Kraft bleibt konstant.

Erfolgt eine Kollision eines auffahrenden Fahrzeuges gegen das Heck, so erfolgt zunächst die Deformation der Feder 1 und auf Grund der wirkenden Federkraft die Beschleunigung des Fahrzeuges. Die Deformation der Feder 2 und Feder 3 erfolgt auf Grund der Vorwärtsbewegung des mit der Fahrgastzelle mitbewegten Sitzes.

Weil die Geschwindigkeit der Fahrgastzelle zunächst kleiner als die des Hecks ist, ist auch die Deformation der Feder 2 und Feder 3 zunächst kleiner und somit auch die Beschleunigung von m_2 . Wenn die Sitzlehne nicht extrem hart ist, wird deren maximale Deformation deutlich später erreicht und somit erreicht auch die im Sitz befindliche Person später die maximale Beschleunigung.

Die Simulation des Sitzes mit 2 hintereinander geschalteter Federn bietet die Möglichkeit, die Polsterdeformation bzw. den flacheren Teil der Struktursteifigkeit zu begrenzen. Wenn die Anfangsstruktursteifigkeit erreicht ist, meist dann, wenn die Polsterung völlig zusammengedrückt ist, muss mit der Feder 2 alleine weiter gerechnet werden, also kommt eine wesentlich härtere Feder zur Wirkung.

Mathematisch lässt sich das Problem mit Differentialgleichungen formulieren:

$$m_1 \ddot{x}_1 = f_1 def_1 + m_2 \ddot{x}_2 + a_{Reib} (m_1 + m_2)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = f_{res} def_2 + \tau \dot{x}_2$$

$a_{Reib} (m_1 + m_2)$

a_{Reib}

x_1

$\ddot{x}_1$

Entspricht der Reibung der Reifen auf der Straße
Bremsverzögerung während der Kollision
Ortskoordinate des Fahrzeugschwerpunktes
Beschleunigung des Fahrzeuges

def_1	Fahrzeugdeformation
x_2	Ortskoordinate des Rumpfschwerpunktes
$\dot{x}_2$	Geschwindigkeit des Rumpfes relativ zum Fahrzeug
$\ddot{x}_2$	Beschleunigung des Rumpfes
def_2	Lehnendeformation
f_{res}	momentan vorherrschende Federkonstante des Systems
	Polsterung - Lehne
τ	Dämpfungsfaktor

Physikalisch entspricht die Gleichung dem zu jedem Zeitpunkt herrschenden Kräftegleichgewicht:

$$\text{Federkraft} + \text{Reibung} = \text{Trägheitskraft}$$

Die mathematische Lösung des obigen Problems wird einfacher, wenn anstelle eines von hinten auffahrenden Fahrzeuges das Fahrzeugmodell rückwärts gegen ein festes Hindernis fährt, oder, was gleichbedeutend ist, wenn man dieses Hindernis gegen das ruhende Fahrzeug mit konstanter Geschwindigkeit fahren lässt.

Es müssen lediglich die Struktursteifigkeit der Feder 1 und die Aufprallgeschwindigkeit so angepasst werden, dass die gleiche Fahrzeugbeschleunigung und -deformation resultiert.

Für die resultierende Struktursteifigkeit der beiden Fahrzeuge gilt dann:

$$f_1 = \frac{f_{Fzg1} f_{Fzg2}}{f_{Fzg1} + f_{Fzg2}}$$

Dieser Wert ist noch zu korrigieren, da nur 1 Fahrzeug betrachtet wird. Man verwendet den Ansatz, dass die gemeinsame Feder in zwei Teile geteilt wird. Die für dieses eine Fahrzeug geltende Feder ist eine scheinbar kürzere Feder, der andere Teil der Feder gehört zum anderen Fahrzeug. Die Längen dieser Teilfedern verhalten sich umgekehrt wie die Massen. Die Aufteilung entspricht dem Massenmittelpunkt. Daraus folgt:

$$f_1 \Rightarrow f_1 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)$$

Für den aliquoten Deformationsanteil der gemeinsamen Feder beider Fahrzeuge (s_1) gilt:

$$s_1 = s \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

s ... Summe der dynamischen Deformation beider Fahrzeuge.

Lösung der Schwingungsgleichung mit Reibung:

$$x = x_0 \sin(\omega t) + \frac{a m}{t}$$

Für die Geschwindigkeit einer elastischen Feder gilt:

$$\dot{x} = x_0 \cos(\omega t)$$

x_0 ... Amplitude der Schwingung

Zum Zeitpunkt der maximalen Deformation gilt:

$$s = x_0 + \frac{a m}{f}$$

Und weiter:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -f_1 (x_1 - v t) + m_2 \ddot{x}_2 + (m_1 + m_2) a$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -f_2 (x_2 - x_1) + \tau \dot{x}_2$$

$\tau \dot{x}_2$... Dämpfungsterm der Lehne bzw. Polsterung

Dieses Gleichungssystem bietet keine geschlossene Lösung und muss daher numerisch integriert werden. Eine Lösungsmöglichkeit bietet ein abgeleitetes Runge-Kutta-Verfahren. Die Funktion wird durch einen Streckenzug angenähert, das heißt in eine große Zahl von Strecken (Intervalle) zerlegt. Die Geschwindigkeit im Intervall i lässt sich aus der vorherigen und der nachfolgenden Position wie folgt ausdrücken:

$$\dot{x}_i = \frac{x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta t}$$

Bzw.:

$$\dot{x}_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2 \Delta t}$$

$i + \frac{1}{2}$ bzw. $i - \frac{1}{2}$ bedeutet die Mitte des nachfolgenden bzw. vorangegangenen Intervalls. Die analoge Gleichung gilt für die Beschleunigung und kann umgeformt werden zu:

$$\ddot{x}_i = \frac{x_{i+1} - 2 x_i + x_{i-1}}{(\Delta t)^2}$$

Bzw.:

$$\ddot{x}_{i-1} = \frac{x_i - 2 x_{i-1} + x_{i-2}}{(\Delta t)^2}$$

Daraus folgt:

$$x_{1i} = 2 x_{1i-1} - x_{1i-2} + \frac{(\Delta t)^2 \left(f_1 v(t - \Delta t) - a(m_1 + m_2) + f_{res}(x_{1i-1} - x_{2i-1}) \right)}{m_1 \left(1 + \frac{f_1}{m_1} (\Delta t)^2 \right)}$$

Durch eine entsprechend kleine Wahl der Schrittweite Δt lässt sich der Fehler klein halten. Eine Schrittweite von $\Delta t = 0,0002$ s sollte normalerweise genügen.

Zu berücksichtigen ist, dass die Federn nicht elastisch angenommen werden können. Die Integration muss daher im Wesentlichen in 3 Schritten durchgeführt werden:

1. Zuerst ist ein möglicherweise vorhandener Abstand von der Lehne zu berücksichtigen. In diesem Fall hat die Integration über die folgende Gleichung so lange zu erfolgen, bis der Abstand 0 wird.

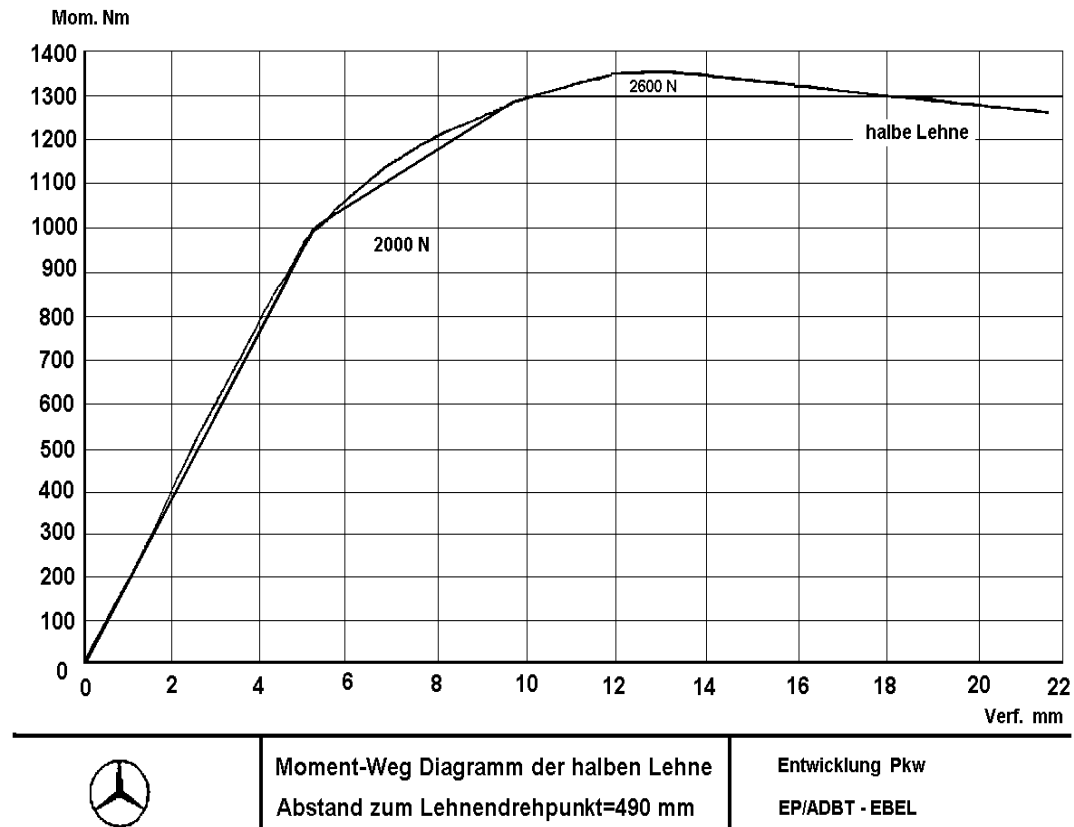
$$m_1 \ddot{x}_1 = -f_1 x_1$$

2. Anschließend erfolgt die Integration des Systems. Bei Feder 1 ist eine kleine Rückverformung anzunehmen, sodass auf Grund der Rückwärtsbewegung die Geschwindigkeit über den Startwert v hinausgeht. Anschließend fährt das Fahrzeug mit konstanter Auslaufverzögerung weiter, sodass in weiterer Folge die Masse 2 gegen die nunmehr langsamer werdende Fahrgastzelle unter weiterer Deformation der Feder 2 und 3 prallt. Die Integration hat solange zu erfolgen, bis die Fahrzeugdeformation (inkl. Rückverformung) beendet ist.
3. Da nunmehr die Masse 1 durch die Feder 1 nicht mehr beschleunigt wird, erfolgt weiter nur mehr die Integration, bis auch die Masse 2 die Beschleunigung 0 erreicht.

Die maximale Beschleunigung (Verzögerung) tritt zu dem Zeitpunkt auf, wo die Geschwindigkeit des Fahrzeuges den Wert 0 erreicht. Wird die Berechnung der Insassenbeschleunigung nach obigem Verfahren durchgeführt, so darf bei f_1 nicht die Federkonstante des Fahrzeuges einfach eingesetzt werden, sondern muss entsprechend (geringfügig) korrigiert werden, da hier nicht die Gesamtmasse sofort wirksam wird, sondern nur m_1 - also die um m_2 reduzierte Gesamtmasse.

$$f_1 \Rightarrow f_1 = a_{max} \frac{m_1 + \frac{f_{res}}{f_{1alt}} m_2}{s_{dyn}}$$

Der Term $\frac{f_{res}}{f_{1alt}}$ berücksichtigt, dass während der Kollision über die Feder 2 auch ein Teil der Masse m_1 wirksam wird. Nachstehendes Diagramm zeigt die Lehnenkennlinie, die für die voreingestellten Werte verwendet wurde. Diese Kennlinie beinhaltet die Polsterung nicht.

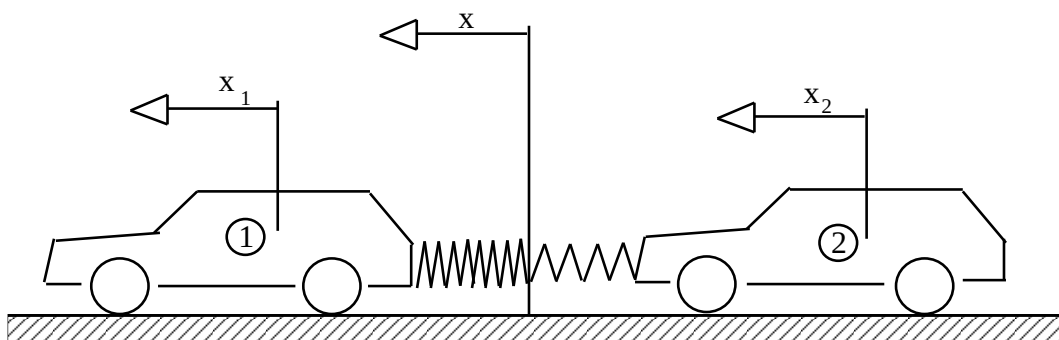


ZUSAMMENHANG ZWISCHEN EES, BLEIBENDER DEFORMATION UND STRUKTURSTEIFIGKEIT, BERECHNUNG DER KOLLISIONSDAUER

STRUKTURSTEIFIGKEIT IN DER KONTAKTZONE

Beim Zusammenstoß von zwei Fahrzeugen wirken einerseits die Stoßkräfte, idealisiert durch Federn und andererseits jeweils Trägheitskraft und Reibkraft der Räder.

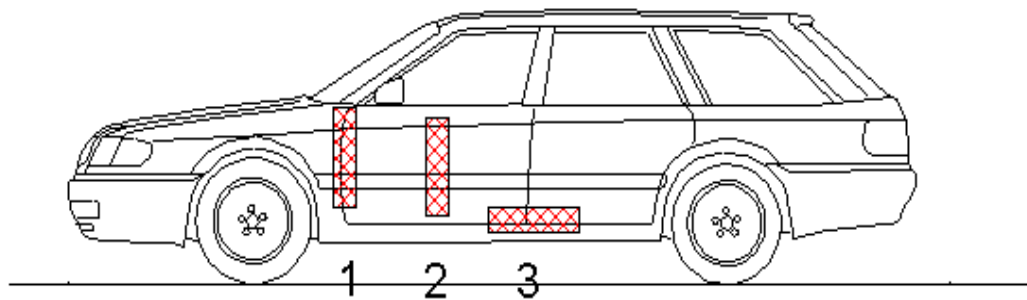
Idealisiertes mathematisches Modell einer Kollision:



Begriffserklärung:

Federn haben meist ein lineares Verhalten ($F = c \cdot x$) Dabei ist F die Druckkraft, c ist die Federkonstante und x ist der Verformungsweg. Diese Gesetzmäßigkeit wird als Näherung auch für die Struktursteifigkeit von Fahrzeugen angewendet.

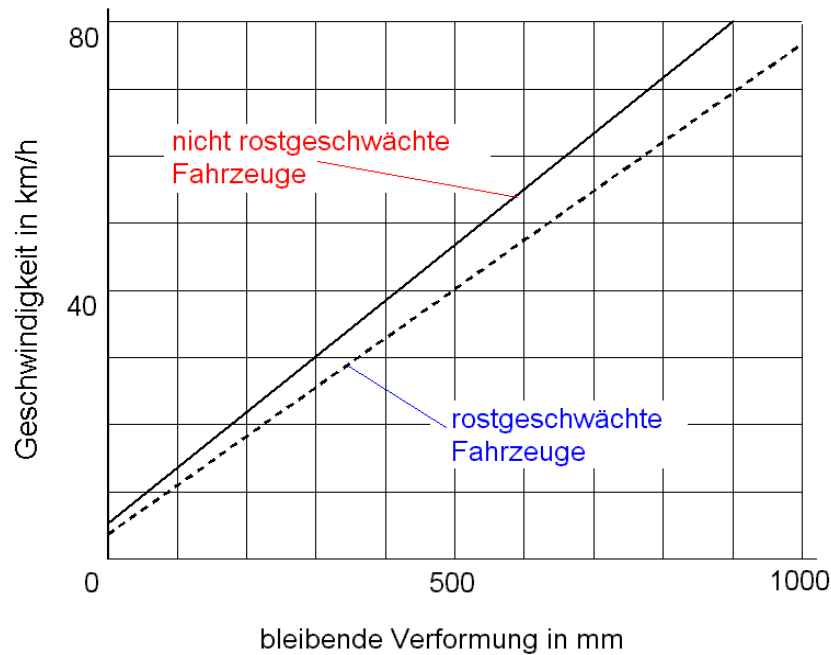
Bei der Bestimmung der Struktursteifigkeit der Fahrzeuge in der Kontaktzone kommt es darauf an, wo die Kontaktzone liegt und wie groß die flächenmäßige Ausdehnung ist. Dabei ist die Lage der Fläche am Fahrzeug und ihre Ausbildung entscheidend. Die drei gleichen Flächen an dem nachstehenden Fahrzeug haben bei gleicher Anpresskraft unterschiedliche Eindrückungen zur Folge, wodurch sich unterschiedliche Struktursteifigkeiten berechnen.



Während bei einer Feder meist ein linearer Kraft-Weg-Zusammenhang besteht, ist dies bei einer Fahrzeugstruktur meist nicht der Fall. Je nach Tiefe der Eindrückung ergibt sich eine andere angenäherte Steigung der Kurve $F(s)$ und damit eine andere Struktursteifigkeit. In geringem Ausmaß ist der Kraft-Weg-Zusammenhang auch von der Verformungsgeschwindigkeit, das heißt von der Kollisionsgeschwindigkeit, abhängig. Daraus sieht man, dass sogar die Beaufschlagung der gleichen Fahrzeugstruktur je nach Eindringtiefe unterschiedliche mittlere Struktursteifigkeiten erzeugen kann.

Die Masse der Fahrzeuge wirkt sich in mehrfacher Weise auf die Struktursteifigkeit aus. Die Hersteller der Fahrzeuge sind bestrebt, bei dem gesetzlich vorgeschriebenen Wandaufprall mit 100 % Überdeckung eine ganz bestimmte Verzögerung für die Insassen zu erzielen. Das hat zu ähnlichen Verformungswegen bei Kleinwagen wie bei Luxuswagen geführt. Die schweren Luxuswagen müssen damit eine größere Struktursteifigkeit aufweisen als die kleineren, leichteren Fahrzeuge.

Beispiel für bleibende Verformung in mm:

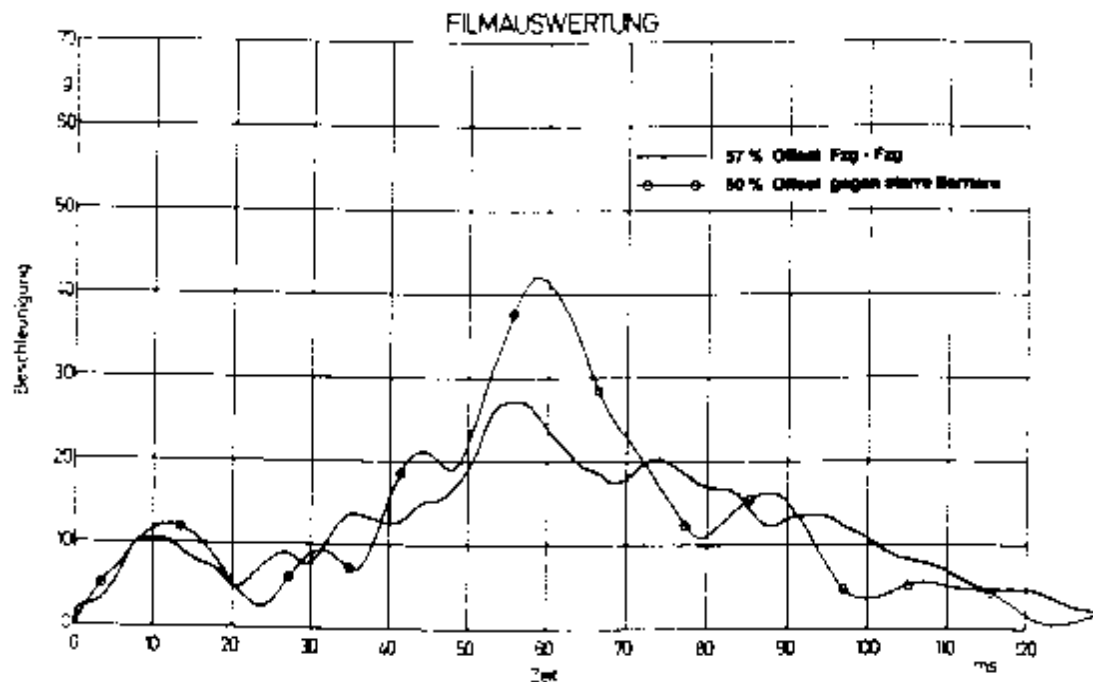


Aus dem Beispiel folgt, dass man bei dem Wandaufprall mit 100% Überdeckung mit guter Näherung sagen konnte, dass 10 cm bleibende Verformung 10 km/h Aufprallgeschwindigkeit entsprechen. Ist ein solcher Wagen an der gesamten Front um 50 cm verformt, dann war die Aufprallgeschwindigkeit etwa 50 km/h. Sogar bei rostgeschwächten Fahrzeugen bleibt dieser Zusammenhang weitgehend erhalten.

Moderne Fahrzeuge weisen besondere Eigenschaften hinsichtlich innerer Sicherheit, Fahrzeugstruktur und Struktursteifigkeit auf. Fahrzeuge der Miniklasse werden z.B. mit besonders steifer Karosserie hergestellt, damit sich der Innenraum nicht verformt. Der Bremsweg (früher Knautschzone) für die Insassen wird in den Innenraum verlegt. Große Fahrzeuge sollen sich leichter verformen, damit dadurch mehr Bremsweg für die kleineren Fahrzeuge entsteht. Einheitliche Regeln oder Verfahrensweisen bei der Auslegung der Struktursteifigkeit von Fahrzeugen am gesamten Umfang gibt es bisher nicht.

BERECHNUNGSFORMELN

Es wird für die Eindringung der Fahrzeuge angenommen, dass an der Stoßstelle an jedem Fahrzeug ein linearer Zusammenhang zwischen Kraft und Weg besteht. Eine Dämpfung wird nicht berücksichtigt, was bedeutet, dass tendenziell eine etwas zu geringe Kollisionsdauer berechnet wird. Nachdem die Fahrzeuge ihre maximale Eindringung erreicht haben gibt, es noch eine geringe Rückfederung.



Die Kollisionsdauer entspricht angenähert etwa dem doppelten Wert der Eindringdauer, bzw. der Hälfte einer vollständigen Schwingungsperiode. Die Dauer bis zum Erreichen der maximalen Eindringung berechnet sich aus einem Viertel der Periode der vollständigen Schwingung. Die Periodendauer ist:

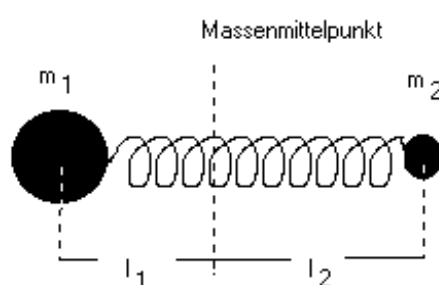
$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

Daraus folgt für die Kollisionsdauer:

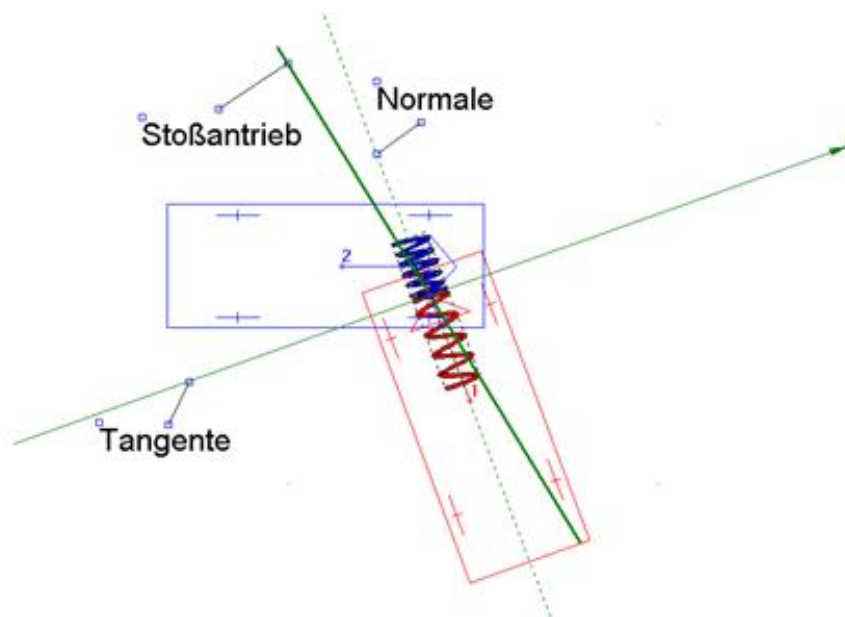
$$t_k = 2 \frac{T}{4} = \pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

In dieser Formel bedeutet m die Masse eines an einer Feder mit der Steifigkeit c schwingenden Körpers. m und c können so nicht direkt verwendet werden. Erstens muss die Fahrzeugmasse auf die Stoßnormale reduziert werden, und zweitens muss berücksichtigt werden, dass zwei Fahrzeuge beteiligt sind. Vergleichbar wäre dies mit zwei Massen, die sich an den Enden einer Feder befinden.

Federmodell:



Die gemeinsame Federsteifigkeit ergibt sich aus der Reihenschaltung von zwei Federn unterschiedlicher Steifigkeit wie folgt. Dabei ist an eine Situation bei Kollision zu denken, wie in dem folgenden Bild gezeigt:



Man sieht aus dem Bild, dass die Federn in Richtung der Berührnormalen wirken. Das hat mehrere Bedeutungen:

- Die Fahrzeugmasse wirkt bei Fahrzeug 1 vollständig auf die Feder, bei Fahrzeug 2 aber nur teilweise. D.h. die Fahrzeugmassen müssen auf die Berührnormale reduziert werden.
- Die Kollisionsdauer wird nur dann richtig berechnet werden, wenn es sich um einen Stoß ohne Abgleiten handelt. Bei einem Stoß mit Abgleiten wird zwar die Federsteifigkeit aus der Eindringung in Normalrichtung im Rahmen der Idealisierung richtig berechnet, nicht jedoch die Stoßdauer. Als Kennwert für das Abgleiten ist der Wert GEV definiert. Sinkt dieser unter 0,85 ab, so wird die Kollisionsdauer nicht mehr berechnet, sie muss vom Anwender aus der Simulation ermittelt werden, indem er beobachtet, wie lange die Fahrzeuge in Kontakt miteinander bleiben.

Die Federkonstanten (Struktursteifigkeiten) c der beiden Fahrzeuge müssen berechnet werden. Dazu stehen die bleibenden Eindringtiefen zur Verfügung, die sich aus den Schadensbildern der beiden Fahrzeuge ableiten. Diese bleibenden Eindringtiefen müssen in Normalrichtung bestimmt werden, was in AnalyzerPro automatisch geschieht, wenn die Fahrzeuge entsprechend ihrer Schäden korrekt in Kollisionsposition gebracht worden sind. Ferner stehen die berechneten EES-Werte zur Verfügung. Somit können aus diesen Werten die Struktursteifigkeiten berechnet werden. In einem neuen Bezugssystem, das im Berührungspunkt (Massenmittelpunkt), also zwischen der Feder 1 und der Feder 2 angebracht ist, kann das Problem in idealisierter Weise näher betrachtet werden.

Massenproportionale Rückverformung:

Der Grundgedanke ist, dass das Rückfederungsverhalten weitgehend proportional zur Masse ist. Dies hätte zu Folge, dass die Berührfläche im mit dem Massenmittelpunkt mitbewegten Koordinatensystem relativ in Ruhe bleibt.

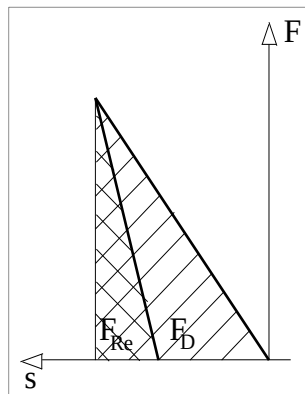
Allgemein gilt: Die Federkräfte im Kontaktbereich müssen zu jedem Zeitpunkt gleich groß sein (actio = reactio). Somit müssen die Reaktionskräfte (Trägheitskraft und Reifenkraft) an den anderen Enden der Federn gleich groß, entgegengesetzt wirkend und gleich den Federkräften sein. Für die Beträge gilt:

$$c_1 s_{dyn1} = c_2 s_{dyn2} = m_1 (a_{max1} + a_1) = m_2 (a_{max2} - a_2)$$

Bei dem auffahrenden Fahrzeug (Fahrzeug 2) wirken Trägheits- und Reibungskraft entgegengesetzt, bei Fahrzeug 1 in gleicher Richtung. Die jeweilige Struktursteifigkeit $c = F/s_{dyn}$ kann ausgedrückt werden durch:

$$c = \frac{m}{s_{dyn}} (a_{max} \pm a)$$

Die Deformationsarbeit aus der bleibenden Verformung folgt aus der Fläche, die durch die Federkennlinien eingeschlossen wird:



$$E_D = \frac{1}{2} c s_{dyn} s_D = \frac{1}{2} m (a_{max} \pm a) s_D = \frac{1}{2} m E E S^2$$

Daraus folgt für jedes Fahrzeug die maximale Beschleunigung am Ende der Kompressionsphase:

$$a_{max1} = \frac{E E S_1^2}{s_{D1}} - a_1$$

$$a_{max2} = \frac{E E S_2^2}{s_{D2}} + a_2$$

Sowie:

$$\frac{s_{D1}}{s_{D2}} = \frac{m_1 E E S_1^2}{m_2 E E S_2^2}$$

Aus der obigen Gleichung könnte die Struktursteifigkeit berechnet werden, wenn die dynamische Deformation bekannt wäre. Die Abweichung zwischen dynamischer und bleibender Deformation kann gerade bei geringen Kollisionsgeschwindigkeiten erheblich sein und darf auf keinen Fall vernachlässigt werden.

Zur Berechnung der dynamischen Deformation wird von der eingeschlossenen Fläche in obiger Abbildung ausgegangen. Zur Ableitung der Gleichung wird ein im gemeinsamen Massenmittelpunkt angebrachtes Koordinatensystem verwendet. Dies hat den Vorteil, dass gesagt werden kann:

- Die kinetische Energie des Systems ist am Ende der Kompressionsphase gleich Null.
- Die kinetische Energie am Ende der Restitutionsphase entspricht der Fläche unter der zur Restitutionsphase gehörenden Federkennlinie.
- Es gelten folgende Gleichungen, wobei für die Geschwindigkeiten im neuen Bezugssystem der Buchstabe u verwendet wird.

Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes:

$$v_m = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Schwerpunktsgeschwindigkeiten der Fahrzeuge:

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 - v_m & u_2 &= v_2 - v_m \\ \dot{u}_1 &= \dot{v}_1 - \dot{v}_m & \dot{u}_2 &= \dot{v}_2 - \dot{v}_m \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeitsdifferenzen bleiben unverändert.

Wird in einem solchen System der Energiesatz angewendet, so wird während der Kompression die gesamte kinetische Energie in Deformation umgewandelt und ist am Ende der Kompressionsphase dann 0. Anschließend fließt während der Rückverformung wieder Energie in das System zurück.

Die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Körper am Ende der Restitutionsphase entspricht der aus der Kollisionsanalyse berechneten Trenngeschwindigkeit der Berührungspunkte in Normalrichtung ($v'_{Bn1} - v'_{Bn2}$). Damit lautet der Energiesatz für die Restitutionsphase und den Fall, dass Fahrzeug 1 das gestoßene ist:

$$E_1 = \frac{1}{2} c_1 s_{dyn1} (s_{dyn1} - s_{D1}) = \frac{1}{2} m_1 v'_{Bn1}{}^2$$

Daraus folgt die Bestimmungsgleichung für die Struktursteifigkeiten von beiden Fahrzeugen.

MASSENPROPORTIONALE RÜCKVERFORMUNG

Wenn sich die Fahrzeuge während der Restitutionsphase annähernd massenproportional verhalten, ergibt sich die Formel zu:

$$c_1 = \frac{(m_{red1} + m_{red2})^2 m_1^2 EES_1^4}{s_{D1}^2 (m_{red1} m_{red2}^2 \Delta v_{Bn}'^2 + (m_{red1} + m_{red2})^2 m_1 EES_1^2)}$$

Die Struktursteifigkeit von Fahrzeug 2 kann durch Austausch der Indizes in obiger Gleichung berechnet werden.

Die Anwendung der Formel bewirkt, dass von den Größen $\Delta v'$ und den sechs "Strukturgrößen", nämlich EES_1 , EES_2 , S_{D1} , S_{D2} , c_1 , c_2 zusätzlich zu $\Delta v'$ nur noch drei gegeben sein müssen, die zwei restlichen können berechnet werden.

NICHT MASSENPROPORTIONALE RÜCKVERFORMUNG

Lineare Kennlinie:

$$c_1 = \frac{1}{\frac{\left(m_{res} \Delta v'^2 + m_1 EES_1^2 \left(1 + \frac{S_{D2}}{S_{D1}}\right)\right) s_{D1}^2}{m_1^2 EES_1^4} - \frac{1}{c_2}}$$

Die Anwendung der Formel bewirkt, dass von den Größen $\Delta v'$ und den sechs "Strukturgrößen" zusätzlich zu $\Delta v'$ nur noch zwei gegeben sein müssen, die zwei restlichen können berechnet werden. Allerdings muss eine Struktursteifigkeit gegeben sein. Interessant ist aber, dass auf Grund der Nebenbedingungen, dass die dynamische Deformation nicht kleiner als die bleibende werden kann, für die mögliche Struktursteifigkeit ein relativ kleiner möglicher Bereich resultiert. Dieser Bereich ist umso kleiner, je kleiner $\Delta v'$ ist.

Definition einer Struktur mit nichtlinearer Kennlinie:

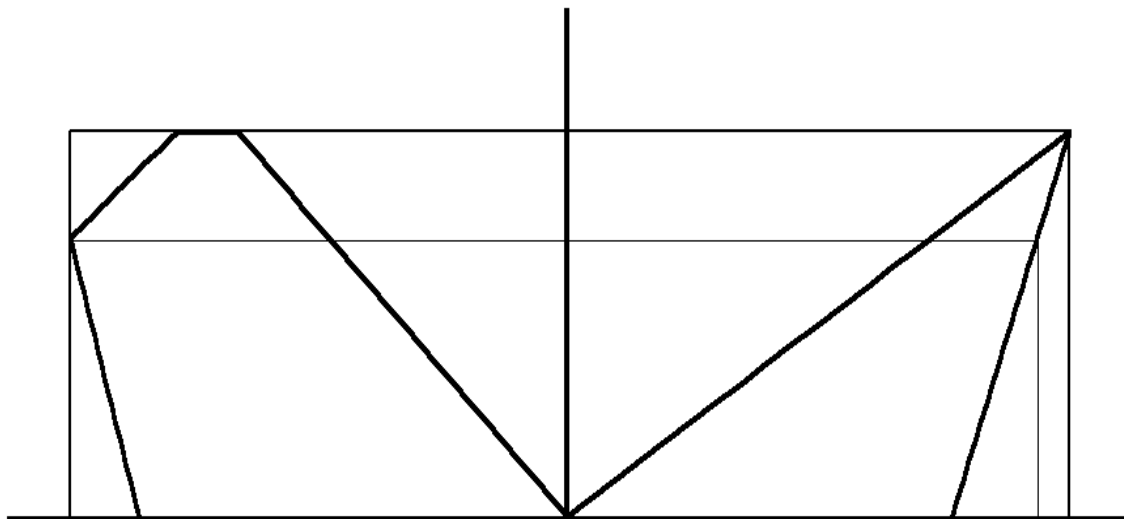
In Fällen, in denen sehr unterschiedliche Stoßpartner vorhanden sind, etwa bei Crash-Versuchen gegen eine starre Barriere, wird es notwendig sein, für ein Fahrzeug eine nicht lineare Kennlinie zu definieren. Dann kann aber nicht in jedem Fall von einem massenproportionalen Rückverformungsverhalten ausgegangen werden.

Bei einigen Crash-Tests wurde eine Beschleunigung (Kraft)-Zeit-Kurve gemessen, bei welcher auffällt, dass die Dauer bis zum Erreichen der maximalen Kraft nur wenig größer als die Dauer vom Maximum bis zum Erreichen des Wertes 0 ist. Da aus dem Schadensumfang ein weitgehend plastisches Verhalten anzunehmen ist, kann am höchsten Punkt das Ende der Kompressionsphase noch nicht erreicht worden sein. Der Flächeninhalt unter der Beschleunigung-Zeit-Kurve entspricht der Geschwindigkeitsänderung. Bei einer plastisch verlaufenden Kollision ist die Geschwindigkeitsänderung während der Kompressionsphase größer als während der Restitutionsphase. Die Restitutionsphase beginnt daher gegen Ende der Beschleunigung-Zeit-Kurve, also in einem Punkt, wo das Maximum bereits

überschritten wurde. Dies kann nur erklärt werden durch einen Bereich der Kraft - Deformationskurve mit negativer Steigung beginnend am Maximum.

Während sich Fahrzeug 1 "normal" verhält, wird angenommen, dass Fahrzeug 2 am Ende der Kompressionsphase in einen Bereich kommt, in dem die Struktur zusammenbricht. Es erscheint weitgehend unwahrscheinlich, dass genau bei der gleichen Kraft dies auch beim Kollisionspartner eintritt. Aus diesem Grund kann man annehmen, dass der Kraftanstieg dieses Fahrzeuges durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann. Auch bei diesem Fahrzeug kann es während der Deformation zu einem teilweisen Zusammenbruch der momentan beteiligten Struktur gekommen sein. Im Verlauf der weiteren Deformation wird jedoch wieder eine feste Struktur erreicht werden. Die lineare Funktion stellt als Approximation den durchschnittlichen Verlauf dar.

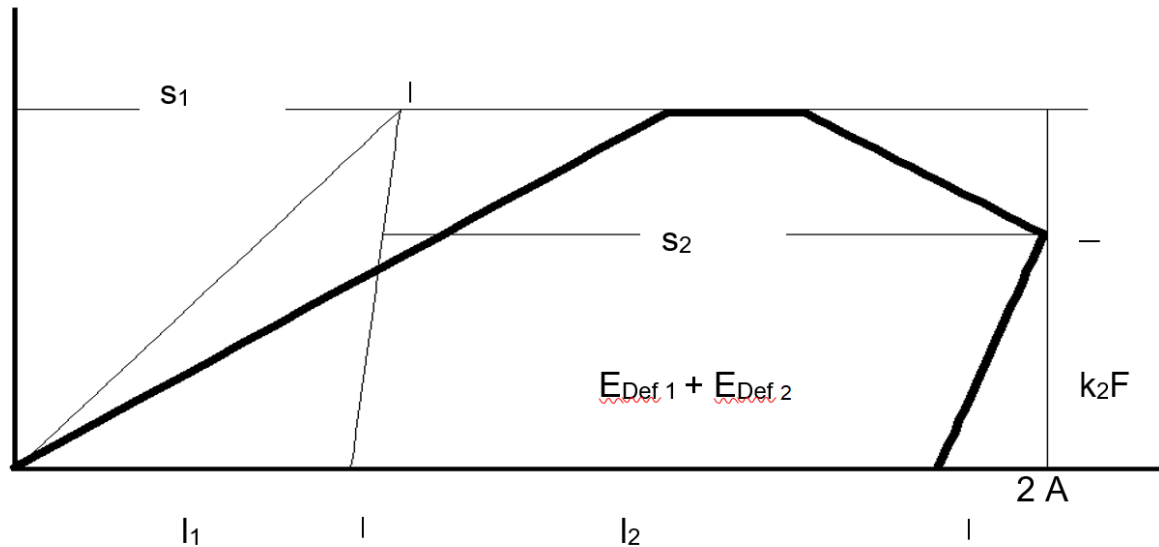
Deformation:



Bei einem Fahrzeug kann am Ende der Kompressionsphase ein Bereich erreicht werden, der durch eine lineare Funktion nur ungenau zu approximieren ist.

Für eine kurze Phase kann die Kraft näherungsweise konstant bleiben ($\mu_2 s_2$) und im Anschluss daran die Struktur instabil werden. Das bedeutet die Kraft- Weg-Kennlinie bekommt eine negative Steigung (Abfall der Kurve bis $k_2 F$). $k_2 F$ ist die Kraft am Ende der Kompressionsphase. Während des Abschnittes mit konstanter Kraft bei Fahrzeug 2 verweilt Fahrzeug 1 im höchsten Punkt der Kraft, dann tritt bei Fahrzeug 1 eine Rückverformung bis $k_2 F$ ein, während gleichzeitig Fahrzeug 2 sich weiter verformt. Da dies auf Kosten von Fahrzeug 2 erfolgt, wird die bei Fahrzeug 1 freiwerdende Energie nicht in kinetische umgewandelt, sondern für die Deformationsenergie von Fahrzeug 2 verwendet. Daher hat die Rückverformung bis $k_2 F$ keine Auswirkung auf die kinetische Energie nach der Kollision (Geschwindigkeitsdifferenz der Berührungspunkte). In das System fließt daher nur die Energie zurück, die dem Flächeninhalt des kleinen rechtwinkligen Dreiecks unterhalb von $k_2 F$ entspricht.

Kraft:



Die Abbildung zeigt den Verlauf der Kraft als Funktion von der gesamten Deformation. Die gesamte maximale Deformation ist etwas kleiner als die Summe der maximalen Deformation jedes einzelnen Fahrzeugs.

Die Struktursteifigkeit von Fahrzeug 2 muss definiert werden. Möglich wäre der Anstieg vom Nullpunkt bis in die linke obere Ecke von Abbildung der Deformation. Dies würde der durchschnittlichen Struktursteifigkeit entsprechen. Diese Definition entspricht aber nicht der Kraftzunahme bis zum Maximum der Kraft. Empfehlenswert ist daher als Definition der Anstieg an der Vorderseite der Kurve. In den nachstehenden Formeln entspricht c_2 dieser Definition. Der Unterschied liegt im nachstehend definierten Faktor d_2 .

Aus diesen Überlegungen lassen sich folgende Beziehungen aufstellen:

$$\begin{aligned} A &= m_{res} \Delta v'^2 & d_2 &= 1 - \lambda_2 - \mu_2 \\ b_2 &= 1 + \mu_2 + \lambda_2 k_2 - k_2 & g_2 &= 1 + \mu_2 + \lambda_2 k_2 \end{aligned}$$

Es gilt:

$$E_{D1} = \frac{1}{2} c_1 s_1 l_1 = \frac{1}{2} m_1 E E S_1^2$$

$$E_1 = c_1 s_1 l_1$$

$$E_{D2} = \frac{1}{2} c_2 s_2 d_2 (k_2 l_2 + b_2 s_2) = \frac{1}{2} m_2 E E S_2^2$$

$$E_2 = c_2 s_2 d_2 (k_2 l_2 + b_2 s_2)$$

Mit dem Kräftegleichgewicht:

$$c_2 d_2 s_2 = c_1 s_1$$

$$A = k_2 c_1 s_1 (s_2 - l_2 + k_2 (s_1 - l_1))$$

Daraus folgt:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1 E E S_1^2}{m_2 E E S_2^2} = \frac{l_1}{k_2 l_2 + b_2 s_2}$$

Zusätzlich muss gelten:

$$s_1 > l_1 \text{ und } s_2 > l_2$$

Daraus ergibt sich die Bedingung:

$$\frac{E_1 l_2 (k_2 + b_2)}{l_1} \leq E_2 \leq \frac{E_1 g_2 l_2 k_2 + A l_1 b_2}{l_1 (g_2 - b_2)}$$

Mit Hilfe der Gleichungen 1 bis 4 kann eine Gleichung aufgestellt werden, in welcher s_1 und s_2 eliminiert sind und zusätzlich noch eine der sechs Variablen c_1 , l_1 , E_1 , c_2 , l_2 , E_2 . Aus dieser Gleichung kann weiter aus vier bekannten Größen eine berechnet werden. Wenn l_1 , E_1 , l_2 , E_2 gegeben sind, muss noch geprüft werden. Wenn E_2 auf den minimalen Wert gestellt wird, so erfolgt bei Fahrzeug 2 keine Rückverformung. Wird der größtmögliche eingestellt, so erfolgt bei Fahrzeug 1 keine Rückverformung.

Beispielsweise kann E_2 eliminiert werden:

$$A = k_2 \frac{E_1}{l_1} \left(\frac{E_1}{c_2 l_1 d_2} - l_2 + k_2 \left(\frac{E_1}{c_1 l_1} - l_1 \right) \right)$$

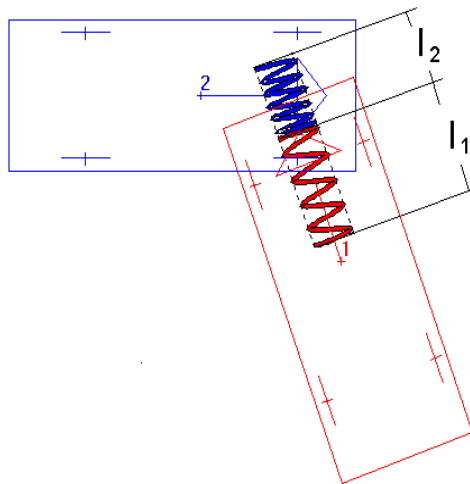
Oder c_2 :

$$A = k_2 \frac{E_1}{l_1} \left(\frac{d_2 l_1 E_2 - k_2 l_2 E_1}{E_1 b_2} - l_2 + k_2 \left(\frac{E_1}{c_1 l_1} - l_1 \right) \right)$$

Wird dieser Formelsatz in Zusammenhang mit dem Impulsverfahren verwendet, so ist zu berücksichtigen, dass das Impulsverfahren die gesamte Deformationsenergie E_D liefert. Es ist somit $E_1 + E_2 = 2 E_D$ als Gleichung vorhanden. Es muss zusätzlich zu den Deformationen noch eine Struktursteifigkeit gegeben sein. Auch hier ist für die Struktursteifigkeit nur ein relativ kleiner Bereich möglich.

Kollisionsdauer:

Bei dem hier verwendeten Modell treffen zwei masselose Federn aufeinander. Die Kräfte, die an den Enden der Federn wirken, sind gleich groß, weshalb die beiden Federn als eine Feder mit einer resultierenden Federsteifigkeit betrachtet werden können.



Man sieht aus dem Bild, dass die Federn in Richtung der Berühornormalen wirken. Das hat mehrere Bedeutungen: Die Fahrzeugmasse wirkt bei Fahrzeug 1 vollständig auf die Feder, bei Fahrzeug 2 aber nur teilweise. D.h. die Fahrzeugmassen müssen auf die Berühornormale reduziert werden. An Stelle der Fahrzeugmasse tritt jeweils deren reduzierte Masse.

Berechnung der reduzierten Masse:

$$m_{red} = m \frac{i^2}{i^2 + a^2}$$

m ... Masse des Fahrzeuges

a ... Abstand des Schwerpunktes vom Stoßantrieb

i ... Trägheitsradius: $i = \sqrt{\frac{J}{m}}$

J ... Trägheitsmoment

Die weiteren Überlegungen gehen wieder von einem Koordinatensystem aus, das im Kontaktpunkt liegt (= gleichzeitig der Massenmittelpunkt des Systems der beiden Federn). Der Massenmittelpunkt soll sich während des Stoßvorgangs in Ruhe befinden und die Fahrzeuge prallen mit ihren reduzierten Massen gegeneinander. Die Lage des Massenmittelpunkts folgt aus: $m_1 l_1 = m_2 l_2$. Wenn der Massenmittelpunkt in Ruhe bleibt, dann kann man sich an dessen Stelle auch eine starre Wand denken, gegen die jedes Fahrzeug für sich stößt. Allerdings hat das Einzelfahrzeug eine Ersatzmasse und eine Ersatzfeder mit größerer Federsteifigkeit. Für diese Situation gilt beispielsweise für Fahrzeug 1:

$$c_{E1} = c_{res} \frac{l_1 + l_2}{l_1} = c_{res} \frac{m_{red1} + m_{red2}}{m_{red2}}$$

Durch Vertauschung der Indizes erhält man die Gleichung für die andere Feder. Es kann jetzt die Kollisionsdauer berechnet werden:

$$t_K = \pi \sqrt{\frac{m_{res}}{c_{res}}}$$

Mit:

$$m_{res} = \frac{m_{red1} + m_{red2}}{m_{red1} m_{red2}}$$

Eine Alternative bei der Berechnung der Stoßdauer ergibt sich aus der nachstehenden Formel:

$$t_k = \frac{\pi}{2} \left(\frac{s_{dyn1} + s_{dyn2}}{|v_{B1} - v_{B2}|} + \frac{s_{dyn1} - s_{D1} + s_{dyn2} - s_{D2}}{|v'_{Bn1} - v'_{Bn2}|} \right)$$

v_{Bn} bzw. v'_{Bn} sind die Werte der Berührungspunktsgeschwindigkeiten in Richtung der Stoßnormalen vor bzw. nach der Kollision. Die obige Formel folgt auch aus dem Federmodell und liefert im Fall einer linearen Kennlinie auch denselben Wert. Sie kann aber auch für den Fall einer selbst definierten Struktur angewendet werden. Der Faktor $\pi/2$ ist eine Folge der linearen Kennlinie und wird im nichtlinearen Fall vermutlich zu vergrößern sein. Wird der Faktor $\pi/2$ verwendet, so bedeutet dies eine Änderung der Geschwindigkeit entsprechend einer Cosinus - Funktion: zu Beginn etwas weniger, gegen Ende etwas mehr. Wird der Faktor 2 verwendet, so bedeutet dies eine Änderung der Geschwindigkeit entsprechend einer linearen Funktion - also eine gleichmäßige Änderung.

Die Kollisionsdauer wird nur dann richtig berechnet werden, wenn es sich um einen Stoß ohne Abgleiten handelt. Bei einem Stoß mit Abgleiten wird zwar die Struktursteifigkeit aus der Eindringung in Normalrichtung im Rahmen der Idealisierung richtig berechnet, nicht jedoch die Stoßdauer.

In AnalyzerPro wird die Berechnung etwas genauer durchgeführt, es wird für jeden Bereich mit unterschiedlichem Verhalten die Zeit getrennt berechnet. Für den Bereich mit negativer Steigung der Kraft - Deformationskurve muss ein iteratives Rechenverfahren angewendet werden. Aus dem gegebenen Weg und der Beschleunigung als Funktion vom Weg lässt sich keine geschlossene Lösung für die Zeit herleiten. Sofern eine Kollisionsdauer berechnet werden konnte, kann auch die mittlere Schwerpunktbeschleunigung berechnet werden. Die maximale Schwerpunktbeschleunigung kann etwa doppelt so groß angenommen werden.